Exercise-1

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

PART - I : SUBJECTIVE QUESTIONS

भाग - I : विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

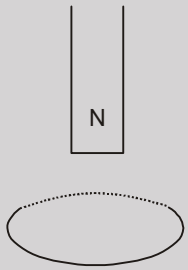
Section (A) : FLUX AND Faraday's laws of electromagnetic induction
खण्ड (A) : फ्लक्स तथा फैराडे के विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के नियम

A-1. If flux in a coil changes by $\Delta\phi$, and the resistance of the coil is R, prove that the charge flown in the coil during the flux change is $\Delta\phi/R$. (**Note :** It is independent of the time taken for the change in flux)
यदि कुण्डली में फ्लक्स परिवर्तन $\Delta\phi$ तथा कुण्डली का प्रतिरोध R हो तो सिद्ध करो कि फ्लक्स परिवर्तन के दौरान बहने वाला आवेश $\Delta\phi/R$ है। (**नोट :** यह फ्लक्स में परिवर्तन मे लिए गये समय पर निर्भर नहीं करता है।)

Sol. $i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}\times\frac{1}{R}$ $\qquad \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}\times\frac{1}{R}$

$\Delta q = \frac{\Delta\phi}{R}$

A-2.# The north pole of a magnet is brought down along the axis of a horizontal circular coil (figure). As a result the flux through the coil changes from 0.4 Weber to 0.9 Weber in an interval of half of a second. Find the average emf induced during this period. Is the induced current clockwise or anticlockwise as you look into the coil from the side of the magnet?
एक क्षैतिज वृत्तीय कुण्डली की अक्ष के अनुदिश एक चुम्बक के उत्तरी ध्रुव को नजदीक लाते है (चित्र में)। परिणामस्वरूप आधे सैकण्ड के समय अन्तराल में कुण्डली से पारित फ्लक्स 0.4 वेबर से 0.9 वेबर तक परिवर्तित होता है। इस अन्तराल में प्रेरित औसत वि०वा०बल ज्ञात करो। क्या प्रेरित धारा दक्षिणावर्ती या वामावर्ती होगी यदि हम कुण्डली में चुम्बक की तरफ से देंखे।



Ans: 1.0 V, anticlockwise. वामावर्त

Sol. $\varepsilon = \frac{\phi_1 - \phi_2}{t} = \frac{0.4 - 0.9}{1/2} = -\frac{0.50}{1/2}$

$\varepsilon = -1$ volt $\qquad |\varepsilon| = 1$ volt. $\qquad$ (Anticlockwise) (वामावर्त)

A-3. The flux of magnetic field through a closed conducting loop of resistance 0.4 Ω changes with time according to the equation $\Phi = 0.20t^2 + 0.40t + 0.60$ where t is time in seconds. Find (i) the induced emf at t = 2s. (ii) the average induced emf in t = 0 to t = 5 s. (iii) charge passed through the loop in t = 0 to t = 5s (iv) average current in time interval t = 0 to t = 5 s (v) heat produced in t = 0 to t = 5s.
प्रतिरोध 0.4 Ω के बन्द चालक लूप से गुजर रहा चुम्बकीय फ्लक्स समय के साथ समीकरण $\Phi = 0.20t^2 + 0.40t + 0.60$ के अनुसार बदलता है। जहां t सैकण्ड में समय है। ज्ञात करो। (i) t = 2s पर प्रेरित वि०वा०बल। (ii) t = 0 से t = 5 s मे औसत प्रेरित वि०वा०बल। (iii) t = 0 से t = 5s में लूप से गुजर चुका कुल आवेश। (iv) समयान्तराल t = 0 से t = 5 s में औसत धारा (v) t = 0 से t = 5s में उत्पन्न ऊष्मा।

Ans: (i) 1.2 Volt (ii) 1.4 volt (iii) 17.5 C (iv) 3.5 A (v) 86/3 joule.

Sol. $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -(0.4\,t + 0.4)$

(i) $\varepsilon_{t=2} = -1.2$ volt

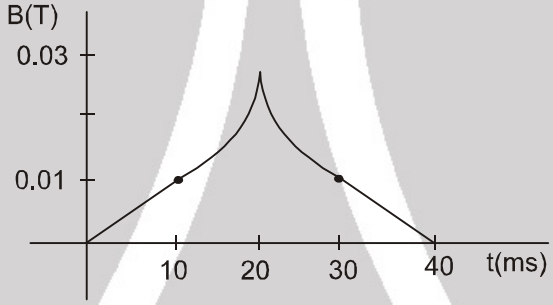
(ii) $\langle\varepsilon\rangle = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{[0.2(5)^2 + 0.4(5) + 0.6] - [0.6]}{5-0}$ = 1.4 volt

(iii) $\Delta q = \frac{\Delta\phi}{R}$ = 17.5 C.

(iv) $\langle i\rangle = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ = 3.5 Anticlockwise वामावर्त

(v) $H = \int \frac{\varepsilon^2}{R}.dt = \int_0^5 \frac{[0.4t + 0.4]^2}{R}.dt = \frac{86}{3}$ J

A-4.# (a) The magnetic field in a region varies as shown in figure. Calculate the average induced emf in a conducting loop of area 10^{-3} m^2 placed perpendicular to the field in each of the 10 ms intervals shown. (b) In which interval(s) is the emf not constant? Neglect the behavior near the ends of 10 ms intervals.
(a) किसी स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र चित्रानुसार परिवर्तित होता है। क्षेत्र के लम्बवत् रखे हुए 10^{-3} m^2 क्षेत्रफल वाले चालक लूप में, दर्शाये गये प्रत्येक 10 मिली सैकण्ड अंतराल के लिए प्रेरित औसत वि०वा०बल की गणना कीजिए। (b) किस अंतराल के लिये वि०वा०बल नियत नहीं है ? 10 मिली सैकण्ड अंतराल के किनारों के समीप व्यवहार को नगण्य मान लीजिए।



Ans: (a) –1 mV, –2 mV, 2 mV, 1mV
(b) 10 ms to 20 ms and 20 ms to 30 ms.
Ans: (a) –1 mV, –2 mV, 2 mV, 1mV
(b) 10 ms से 20 ms व 20 ms से 30 ms

Sol. **0 to 10 ms :**

(a) $\langle\varepsilon\rangle = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -A\frac{\Delta B}{\Delta t}$

$= -10^{-3} \times \frac{(0.01-0)}{10\times10^{-3}} = -1$ mV

10 to 20 ms :

$\langle\varepsilon\rangle = -10^{-3} \times \frac{(0.03)-(0.01)}{10\times10^{-3}} = -2$ mV

20 to 30 ms :

$\langle\varepsilon\rangle = -10^{-3} \times \frac{(0.01)-(0.03)}{10\times10^{-3}} = 2$ mV

30 to 40 ms :

$\langle\varepsilon\rangle = -10^{-3} \times \frac{0-(0.01)}{10\times10^{-3}} = 1$ mV

(b) slop of B–t curve is not constant in the intervals (10, 20) and (20, 30)
B–t वक्र का ढाल अन्तराल (10, 20) व (20, 30) के मध्य नियत नही है

A-5. A conducting loop confined in a plane is rotated in its own plane with some angular velocity. A uniform and constant magnetic field exist in the region. Find the current induced in the loop
किसी एक तल मे रहने के लिये बाध्य एक चालक लूप स्वयं के तल में कुछ कोणीय वेग से घूर्णित हो रहा है। इस क्षेत्र में एक समरूप तथा नियत चुम्बकीय क्षेत्र विद्यमान है। लूप में प्रेरित धारा ज्ञात कीजिए।

Ans. zero शून्य

Sol. Since $\Delta\phi = 0$ hence induced current is zero.
हल. चूंकि $\Delta\phi = 0$ अतः प्रेरित धारा शून्य हैं।

A-6. A metallic ring of area 25 cm^2 is placed perpendicular to a magnetic field of 0.2T. It is removed from the field in 0.2 s. Find the average emf produced in the ring during this time.
25 cm^2 क्षेत्रफल वाली एक धात्विक वलय 0.2 T चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् रखी गयी है। इसको 0.2 s में क्षेत्र के बाहर निकाल लिया जाता है। इस समयान्तराल में वलय में प्रेरित औसत वि०वा०बल ज्ञात कीजिए।

Ans. 2.5 mV

Sol. $<\varepsilon> = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -A\frac{\Delta B}{\Delta t} = -(25\times10^{-4})\left[\frac{0-0.2}{0.2}\right]$ volt = 2.5 mV

A-7. A solenoid has a cross sectional area of 6.0×10^{-4} m^2, consists of 400 turns per meter, and carries a current of 0.40 A. A 10 turn coil is wrapped tightly around the circumference of the solenoid. The ends of the coil are connected to a 1.5 Ω resistor. Suddenly, a switch is opened, and the current in the solenoid dies to zero in a time 0.050 s. Find the average current in the coil during this time.
अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल 6.0×10^{-4} m^2 की एक परिनालिका में 400 घेरे प्रति मीटर है व इसमे 0.40 A की धारा प्रवाहित है। परिनालिका की परिधि के चारों ओर 10 घेरे की कुण्डली कसकर लपेटी जाती है। कुण्डली के सिरे 1.5 Ω के प्रतिरोध से जुड़े है। अचानक कुंजी खोल दी जाती है तो 0.050 s समय में परिनालिका में धारा शून्य हो जाती है। इस समय के दौरान कुण्डली में औसत धारा ज्ञात करो।

Ans: 1.6×10^{-5}A

Sol. $<i> = \frac{<\varepsilon>}{R} = \frac{BA}{Rt} = \frac{(\mu_0 nI)\,AN}{Rt} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times400\times0.40\times6\times10^{-4}\times10}{1.5\times0.050}$.

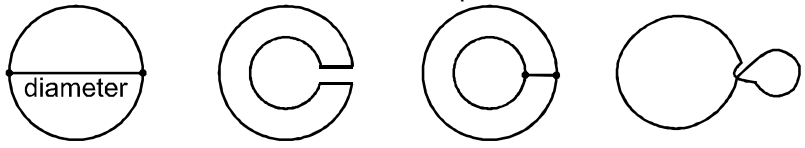
A-8. A heart pacing device consists of a coil of 50 turns & radius 1 mm just inside the body with a coil of 1000 turns & radius 2 cm placed concentrically and coaxially just outside the body. Calculate the average induced EMF in the internal coil, if a current of 1A in the external coil collapses in 10 milliseconds.
एक दिल–धड़कन मापी युक्ति में शरीर के अन्दर 50 घेरे व 1 mm त्रिज्या की एक कुण्डली व शरीर के बाहर 1000 घेरे व 2 cm त्रिज्या की एक संकेन्द्रिय एवं समाक्षीय कुण्डली है। यदि बाह्य कुण्डली में, 1A की धारा 10 मिली सैकण्ड में खत्म हो जाती है तो आन्तरिक कुण्डली में प्रेरित औसत वि०वा०बल की गणना करो।

Ans. 493 μV

Sol. $B = \frac{n_0\mu_0 I_0}{2R_0}$, $\phi = B\times\pi r_i^2\times n_i$, $EMF = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

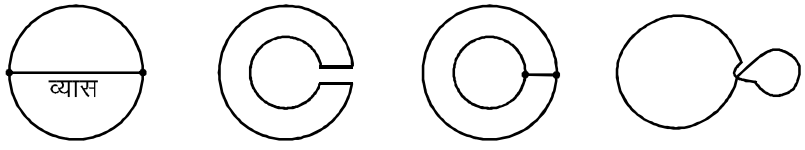
$EMF = -\frac{n_0\mu_0\times\pi r_i^2 n_i}{2R_0}\times\frac{\Delta I}{\Delta t}$ = 493μV.

A-9.# Figure illustrates plane figures made of thin conductors which are located in a uniform magnetic field directed away from a reader beyond the plane of the drawing. The magnetic induction starts diminishing. Find how the currents induced in these loops are directed.



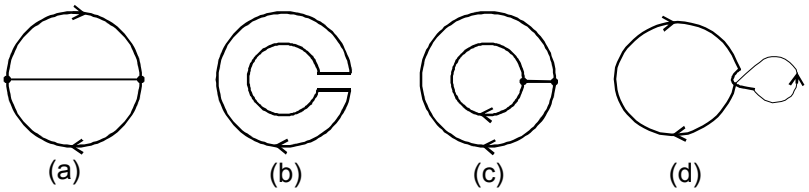
(a) (b) (c) (d)

चित्र में पतले चालकों से बनी समतल आकृत्ति है जो कागज के तल के लम्बवत् पढने वाले से दूर की ओर समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित है। चुम्बकीय प्रेरण कम होना प्रारम्भ होता है। इन लूपों में प्रेरित धारा की दिशा ज्ञात करो।

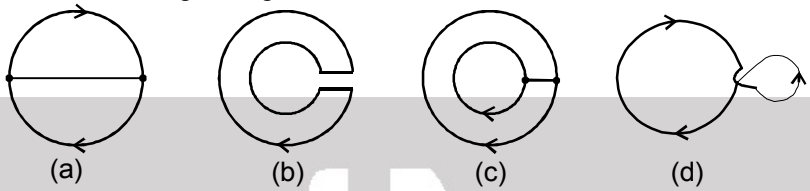


(a) (b) (c) (d)

Ans.



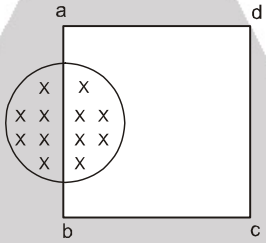
Sol. (a) In the round conductor the current flows clockwise, there is no current in the connector; (b) in the outside conductor clockwise; (c) in both round conductors, clockwise; no current in the connector, (d) in the left-hand side of the figure eight, clockwise.



Sol. (a) वृत्ताकार चालक में धारा की दिशा दक्षिणावर्त है, संयोजक तार में कोई धारा नहीं है। (b) बाह्य चालक में दक्षिणावर्त। (c) दोनों वृत्ताकार चालकों में दक्षिणावर्त, संयोजक में कोई धारा नहीं है। (d) आठ अंक जैसी आकृत्ति के बांयी ओर चित्र में दक्षिणावर्त।

A-10. **#**A uniform magnetic field B exists in a cylindrical region of radius 1 cm as shown in figure. A uniform wire of length 16 cm and resistance 4.0 Ω is bent into a square frame and is placed with one side along a diameters of the cylindrical region. If the magnetic field increases at a constant rate of 1 T/s find the current induced in the frame.

चित्रानुसार 1 सेमी० त्रिज्या के बेलनाकार क्षेत्र में समरूप चुम्बकीय क्षेत्र B विद्यमान है। 16 सेमी० लम्बाई तथा 4.0 Ω प्रतिरोध वाले तार को वर्गाकार फ्रेम में मोड़ा जाता है तथा इसकी एक भुजा बेलनाकार क्षेत्र की व्यास के अनुदिश है। यदि चुम्बकीय क्षेत्र में 1 T/s की नियत दर से वृद्धि हो तो फ्रेम में प्रेरित धारा ज्ञात करो ?



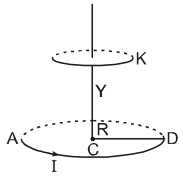
Ans. $\pi/8 \times 10^{-4}$ A

Sol. $i = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{1}{R}\quad \frac{d\phi}{dt} = -\frac{A}{R}\frac{dB}{dt}$

$$i = -\frac{\pi r^2}{2R}\cdot\frac{dB}{dt} = \frac{\pi}{8} \times 10^{-4} \text{ A}$$

A-11. **#** A coil ACD of N turns & radius R carries a current of I Amp & is placed on a horizontal table. K is a very small horizontal conducting ring of radius r placed at a distance Y_0 from the centre of the coil vertically above the coil ACD. Find an expression for the EMF established when the ring K is allowed to fall freely. Express the EMF in terms of instantaneous speed v & height Y.

एक कुण्डली ACD में घेरों की संख्या N तथा त्रिज्या R है, इसमें I ऐम्पियर धारा प्रवाहित हो रही है तथा यह एक क्षैतिज मेज पर रखी है। r त्रिज्या की बहुत छोटी क्षैतिज चालक वलय K, कुण्डली ACD के केन्द्र से Y_0 दूरी पर ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर स्थित है। जब वलय K मुक्त रूप से गिरती है तो इससे स्थापित वि०वा०बल का व्यंजक ज्ञात करो ? वि०वा०बल का व्यंजक तात्क्षणिक चाल v तथा ऊचाँई Y के पदों में ज्ञात करो ?



Ans. $\frac{3}{2}\frac{\mu_0 \pi R^2 r^2 NI y v}{\left(R^2+y^2\right)^{5/2}}$

Sol. $B = \frac{\mu_o I \ R^2 \ N}{2 \ [R^2+y^2]^{3/2}}$

$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -A\frac{dB}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}$ .....(1)

here यहाँ $\frac{dB}{dt} = -\frac{\mu_o I R^2 N}{2} \times \frac{3}{2} \frac{1}{[R^2 + y^2]^{5/2}} \times 2y \times \frac{dy}{dt}$

$= -\frac{3\mu_o I R^2 N}{2} \frac{yv}{[R^2+y^2]^{5/2}}$

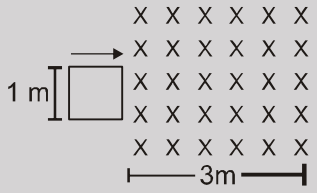
put this value in eq (i) and get Ans.
यह मान समीकरण (i) में स्थापित कर उत्तर प्राप्त होगा।

A-12. A closed circular loop of 200 turns of mean diameter 50 cm & having a total resistance of 10 Ω is placed with its plane at right angle to a magnetic field of strength 10^{-2} Tesla. Calculate the quantity of electric charge passed through it when the coil is turned through 180º about an axis in its plane.
एक 200 घेरों, 50 cm माध्य व्यास और 10 Ω कुल प्रतिरोध का एक बन्द वृत्ताकार लूप, इसके तल को 10^{-2} Tesla के चुम्बकीय क्षेत्र से समकोण बनाते हुए रखा जाता है। इसके तल में स्थित एक अक्ष के सापेक्ष जब कुण्डली 180º से घुमाई जाती है तो इससे प्रवाहित विद्युत आवेश की गणना करो।

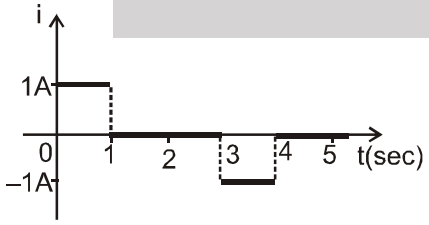
Ans. $25\pi \times 10^{-3}$ C = 0.078 C

Sol. $\Delta q = \frac{\Delta\phi}{R} \frac{2\times200\times\pi \ \ (25\times10^{-2})^2\times10^{-2}}{10}$

A-13.# Figure shows a square loop of resistance 1 Ω of side 1 m being moved towards right at a constant speed of 1 m/s. The front edge enters the 3 m wide magnetic field (B = 1 T) at t = 0. Draw the graph of current induced in the loop as time passes. (Take anticlockwise direction of current as positive)
चित्र में 1m भुजा वाला 1 Ω प्रतिरोध का एक वर्गाकार लूप 1 m/s के नियत वेग से दाहिनी ओर गति कर रहा है। t = 0 पर इसकी सामने की भुजा 3 m चौड़े चुम्बकीय क्षेत्र (B = 1 T) में प्रवेश करती है। तो लुप में समय के साथ प्रेरित धारा का ग्राफ बनाइये (धारा की वामावर्त दिशा को धनात्मक लीजिए)



Ans:



Sol. For 0 < t < 1s, के लिए i = Bvℓ/R = 1 A (anticlockwise वामावर्त)
For 1s < t < 3s , के लिए ϕ = constant (नियत) so अतः i = 0,
For 3s < t < 4s, के लिए i = Bvℓ/R = 1 A (clockwise दक्षिणावर्त),
For t > 4s, के लिए i = 0

A-14. Find the total heat produced in the loop of the previous problem during the interval 0 to 5 s
उपरोक्त प्रश्न में समयान्तराल 0 से 5 s में लूप में उत्पन्न कुल ऊष्मा ज्ञात करो ?

Ans. 2 J

Sol. $H = i^2 R1 + 0 + i^2 R1$
$= 1 + 0 + 1 = 2$ J

Section (B) : Lenz's Law
खण्ड (B) : लेन्ज का नियम

B-1. Two straight long parallel conductors are moved towards each other. A constant current i is flowing through one of them. What is the direction of the current induced in other conductor? What is the direction of induced current when the conductors are drawn apart.
दो लम्बे सीधे रैखिक समान्तर चालक एक दूसरे की तरफ गतिमान है। उनमें से एक में नियत धारा 'i' बह रही है। दूसरे चालक में प्रेरित धारा की दिशा क्या होगी। प्रेरित धारा की दिशा क्या होगी जब वे एक दूसरे से दूर गतिमान हो ?

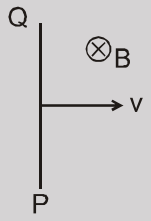
Ans. Opposite direction, Same direction. विपरीत दिशा, समान दिशा।

Sol. This is in accordance with Lenz's law.

हल. यह लेन्ज के नियमानुसार हैं।

Section (C) : induced EMF in a moving rod in uniform magnetic field
खण्ड (C) : एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान छड़ में प्रेरित वि०वा०बल

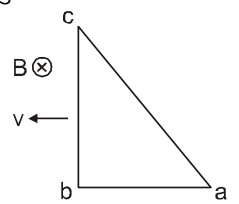
C-1.# A metallic wire PQ of length 1 cm moves with a velocity of 2 m/s in a direction perpendicular to its length and perpendicular to a uniform magnetic field of magnitude 0.2 T. Find the emf induced between the ends of the wire. Which end will be positively charged.
1 cm लम्बाई का एक धात्विक तार PQ अपनी लम्बाई एवं एक समान चुम्बकीय क्षेत्र 0.2 T के लम्बवत् 2 m/s के वेग से चित्रानुसार गतिमान है। तार के सिरों के बीच प्रेरित वि०वा०बल ज्ञात करो। कौन–सा सिरा धन आवेशित होगा। (छड़ की लम्बाई चु.क्षे के लम्बवत् है)



Ans: 4 mV, Q

Sol. $\varepsilon = BVL = 0.2 \times 2 \times 10^{-2}$ volt

C-2.# A right angled triangle abc, made of a metallic wire, moves at a uniform speed v in its plane as shown in the figure. A uniform magnetic field B exists in the perpendicular direction of plane of triangle. Find the emf induced (a) in the loop abc, (b) in the segment bc, (c) in the segment ac and (d) in the segment ab.
चित्र में दर्शाये अनुसार धात्विक तार का बना एक समकोण त्रिभुज abc एक समान वेग v से इसके तल में गतिमान है। त्रिभुज के तल के लम्बवत् दिशा में एक समान चुम्बकीय क्षेत्र B विधमान है। प्रेरित वि०वा०बल ज्ञात करो। (a) लूप abc में, (b) भुजा bc में तथा, (c) भुजा ac में तथा (d) भुजा ab में।



Ans: (a) zero (b) vB (bc), positive at b (c) vB(bc), positive at a (d) zero
(a) शून्य (b) vB (bc), b पर धनात्मक (c) vB(bc), a पर धनात्मक (d) शून्य

Sol. (a) $\varepsilon_{abc} = 0$ [∵ effective length is zero] [∵ प्रभावी लम्बाई शून्य है]
(b) $\varepsilon_{bc} = BVL_{bc}$
(c) $\varepsilon_{ac} = BvL_{bc}$
(d) $\varepsilon_{ab} = 0$.

C-3. A metallic metre stick translates in a direction making an angle of 60° with its length. The plane of motion is perpendicular to a uniform magnetic field of 0.1 T that exists in the space. Find the emf induced between the ends of the rod if the speed of translation is 0.2 m/s.
एक मीटर लम्बाई की एक धात्विक छड अपनी लम्बाई से 60° का कोण बनाती हुई दिशा में गतिमान है। क्षेत्र में विद्यमान 0.1 T का एक समान चुम्बकीय क्षेत्र गति के तल के लम्बवत् है। छड़ के सिरों पर प्रेरित वि०वा०बल ज्ञात करो यदि स्थानान्तरीय गति की चाल 0.2 m/s है।

Ans. $\sqrt{3}\times10^{-2}$ V

Sol. $\varepsilon = BV(L\sin\theta)$
$= 0.1 \times 0.2 \times 1 \sin 60^\circ$
$= \sqrt{3}\times10^{-2}$ V

C-4 The two rails, separated by 1m, of a railway track are connected to a voltmeter. What will be the reading of the voltmeter when a train travels on the rails with speed 5 m/s. The earth's magnetic field at the place is 4×10^{-4} T, and the angle of dip is 30°.
रेल्वे पथ की दोनों पटरियाँ एक दूसरे से 1m दूर है तथा वोल्टमीटर द्वारा जुड़ी है। वोल्टमीटर का पाठयांक क्या होगा। यदि ट्रेन 5 m/s की चाल से पटरियों पर गतिशील है। इस स्थान पर पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र 4×10^{-4} T विद्यमान है, व नतिकोण 30° है।

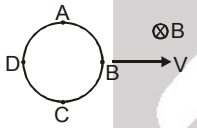
Ans: 1 mV

Sol. $\varepsilon = B_V VL$
$= [B\sin\theta]\, V\, L = 4 \times 10^{-4} \times \sin30^\circ \times 5 \times 1.$

C-5. A circular conducting-ring of radius r translates in its plane with a constant velocity v. A uniform magnetic field B exists in the space in a direction perpendicular to the plane of the ring. Consider different pairs of diametrically opposite points on the ring. (a) Between which pair of points is the emf maximum? (b) Between which pair of points is the emf minimum? What is the value of this minimum emf?
r त्रिज्या वाली एक वृताकार चालक वलय इसके तल में नियत वेग v से स्थनांतरित हो रही है। वलय के तल के लम्बवत् समरूप चुम्बकीय क्षेत्र B विद्यमान है। वलय पर व्यासतः अभिमुख बिन्दुओं के विभिन्न युग्मों पर विचार कीजिए। (a) बिन्दुओं के किस युग्म के लिये वि०वा०बल अधिकतम होगा ? (b) बिन्दुओं के किस युग्म के लिये वि०वा०बल न्यूनतम होगा। इस न्यूनतम वि.वा.बल का मान कितना होगा ?

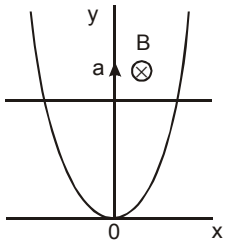
Ans. (a) at the ends of the diameter perpendicular to the velocity, 2rvB (b) at the ends of the diameter parallel to the velocity, zero.
(a) व्यास के सिरों पर वेग के लम्बवत् , 2rvB (b) व्यास के सिरों पर वेग के समान्तर , शून्य।

Sol.



$\varepsilon_{max} = \varepsilon_{AC} = BV(2r)$
$\varepsilon_{min} = \varepsilon_{BD} = 0$

C-6. # A wire bent as a parabola $y = kx^2$ is located in a uniform magnetic field of induction B, the vector B being perpendicular to the plane xy. At the moment t = 0 a connector starts sliding translation wise from the parabola apex with a constant acceleration a (figure). Find the emf of electromagnetic induction in the loop thus formed as a function of y.
एक तार को परवलय $y = kx^2$ के आकार में मोड़ा गया है। यह समरूप चुम्बकीय क्षेत्र B में स्थित है,सदिश B तल xy के लम्बवत् है। t = 0 क्षण पर संयोजक छड़ स्थानान्तरिय रूप से परवलय शीर्ष से नियत त्वरण a से फिसलना शुरू करता है (चित्र)। इस प्रकार बने लूप में विद्युत चुम्बकीय प्रेरण का वि०वा०बल y के फलन में ज्ञात करो ?



Ans. $By\sqrt{8a/k}$

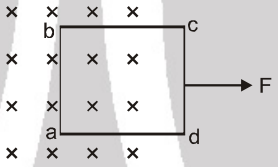
Sol. $V^2 = u^2 + 2ay = 0 + 2ay$

$V = \sqrt{2ay}$

$\varepsilon = BV(2x) = B\sqrt{2ay} \times 2\sqrt{\frac{y}{k}} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 2By\sqrt{\frac{2a}{k}} = By\sqrt{\frac{8a}{k}}$.

Section (D) : Circuit Problems and Mechanics
खण्ड (D) : परिपथ व यांत्रिकी के प्रश्न

D-1.# A square frame of wire abcd of side 1 m has a total resistance of 4 Ω. It is pulled out of a magnetic field B = 1 T by applying a force of 1 N (figure). It is found that the frame moves with constant speed. Find (a) this constant speed, (b) the emf induced in the loop, (c) the potential difference between the points a and b and (d) the potential difference between the points c and d.
वर्गाकार तार के फ्रेम a b c d की भुजा 1 m तथा कुल प्रतिरोध 4 Ω है। इसको चुम्बकीय क्षेत्र B = 1 T से 1 N (चित्र) बल लगाकर खींचा जाता है। यह पाया जाता है कि फ्रेम नियत चाल से गतिमान है। ज्ञात करो। (a) लूप की नियत चाल, (b) लूप में प्रेरित वि०वा०बल, (c) बिन्दुओं a तथा b के बीच विभवान्तर तथा (d) बिन्दुओं c तथा d के बीच विभवान्तर।



Ans. (a) 4 m/s (b) 4 V (c) 3 V (d) 1 V.

Sol. (a) $F = ILB = \frac{\varepsilon}{R}(LB) = \frac{B^2L^2V}{R}$, $1 = V/4$, $V = 4$ m/s

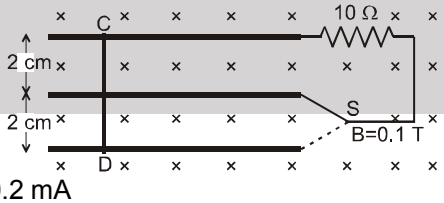
$3.2 \times 10^{-5} = \frac{(0.02)^2(8\times10^{-2})^2 \times V}{2}$

(b) $\varepsilon = BVL = 1 \times 4 \times 1 = 4$ Volt

(c) $V_{ab} = \varepsilon - IR_{ab} = 4 - (4/4)(1) = 3V$

(d) $V_{cd} = IR_{cd} = (4/4)(1) = 1$ Volt

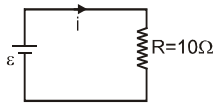
D-2.# Consider the situation shown in figure. The wire CD has a negligible resistance and is made to slide on the three rails with a constant speed of 50 cm/s. Find the current in the 10 Ω resistor when the switch S is thrown to (a) the middle rail (b) bottom rail. (Neglect resistance of rails)
चित्र में दर्शायी स्थिति की कल्पना करों। नगण्य प्रतिरोध के तार CD को तीन पटरियों पर एक समान चाल 50 cm/s से चलाते है। 10 Ω प्रतिरोध में धारा ज्ञात करो जब कुंजी s को (a) मध्य पटरी से जोड़ते है (b) निचली पटरी से जोड़ते है। (पटरियों का प्रतिरोध नगण्य है)



Ans. (a) 0.1 mA (b) 0.2 mA

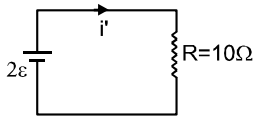
Sol. Equivalent ckt. तुल्य परिपथ

(a)



$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BV\ell}{R} = \frac{(0.1)(50\times10^{-2})(2\times10^{-2})}{10} = 0.1$ m A

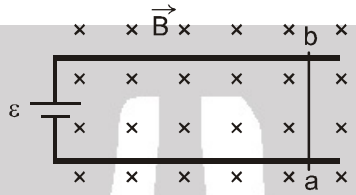
(b)



$i' = 2i$.

D-3.# Figure shows a smooth pair of thick metallic rails connected across a battery of emf ε having a negligible internal resistance. A wire ab of length ℓ and resistance r can slide smoothly on the rails. The entire system lies in a horizontal plane and is immersed in a uniform vertical magnetic field B. At an instant t, the wire is given a small velocity v towards right. (a) Find the current in the wire at this instant. (b) What is the force acting on the wire at this instant. (c) Show that after some time the wire ab will slide with a constant velocity. Find this velocity.

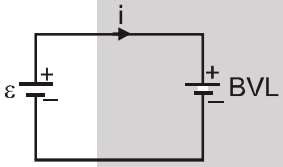
चित्र में नगण्य आन्तरिक प्रतिरोध तथा वि०वा०बल ε की बैटरी को चिकनी, मोटी, धात्विक पटरियों के सिरों पर चित्रानुसार जोड़ा गया है। लम्बाई ℓ तथा प्रतिरोध r का एक तार ab चिकनी पटरियों पर फिसल सकता है। सम्पूर्ण निकाय क्षैतिज तल में है तथा यह एक समान ऊर्ध्वाधर चुम्बकीय क्षेत्र B में रखा है। किसी क्षण t पर तार को दांयी तरफ अल्प वेग v देते है। (a) इस क्षण इसमें धारा ज्ञात करो। (b) इस क्षण तार पर लगने वाला बल ज्ञात करो। (c) दर्शाओं कि कुछ समय बाद तार ab नियत वेग से फिसलता है तथा यह वेग ज्ञात करो।



Ans. (a) $\frac{1}{r}(\varepsilon - vB\ell)$, from b to a (b) $\frac{\ell B}{r}(\varepsilon - vB\ell)$ towards right (c) $\frac{\varepsilon}{B\ell}$.

(a) $\frac{1}{r}(\varepsilon - vB\ell)$, b से a (b) $\frac{\ell B}{r}(\varepsilon - vB\ell)$ दांयी ओर (c) $\frac{\varepsilon}{B\ell}$.

Sol.



(a) $i = \frac{\varepsilon - BV\ell}{r}$ Clockwise दक्षिणावर्त

(b) $F = i\ell B = \left(\frac{\varepsilon - BV\ell}{r}\right)\ell B$

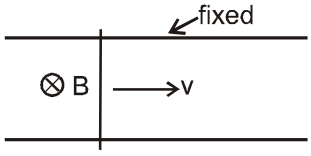
(c) F is towards right so v will keep on increasing after some time current will not flow in circuit then it will move with constant velocity. v will be maximum (or constant) when F = 0.

(c) F दांयी ओर है अतः V बढता रहेगा तथा कुछ समय पश्चात परिपथ में धारा शुन्य हो जायेगी अतः जब F = 0 तो V अधिकतम (या नियत) होगा।

So अतः $\varepsilon = BV\ell$, $V = \frac{\varepsilon}{B\ell}$

D-4.# Figure shows a wire of resistance R sliding on two parallel, conducting fixed thick rails placed at a separation ℓ. A magnetic field B exists in a direction perpendicular to the plane of the rails. The wire is moving with a constant velocity v. Find current through the wire :

चित्र में दर्शाया गया है कि ℓ दूरी पर स्थित दो समान्तर जड़वत् चालक मोटी पटरियों के ऊपर एक तार जिसका प्रतिरोध R है फिसल रहा है। पटरियों के तल के लम्बवत् दिशा में चुम्बकीय क्षेत्र B विद्यमान है। तार नियत वेग v से गतिशील है। तार में प्रवाहित धारा ज्ञात करो।



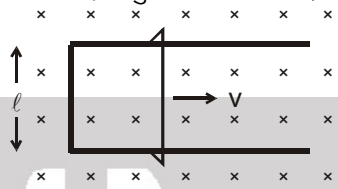
Ans. zero शून्य

Sol. i = 0

∵ (circuit is not complete परिपथ पूर्ण नहीं है)

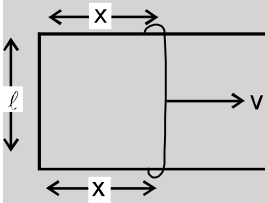
D-5. #A long U-shaped wire of width ℓ placed in a perpendicular uniform and constant magnetic field B (figure). A wire of length ℓ is slid on the U-shaped wire with a constant velocity v towards right. The resistance of all the wires is r per unit length. At t = 0, the sliding wire is close to the left edge of the fixed U-shaped wire. Draw an equivalent circuit diagram at time t, showing the induced emf as a battery. Calculate the current in the circuit.

चित्र में दर्शाया गया है कि ℓ चौड़ाई वाला U-आकृति का लम्बा तार लम्बवत् समरूप तथा नियत चुम्बकीय क्षेत्र B में रखा हुआ है। U-आकार वाले तार पर एक ℓ लम्बाई वाला तार दांयी ओर नियत वेग v से गतिशील है। समस्त तारों की एकांक लम्बाई का प्रतिरोध r है। t = 0 पर, खिसकने वाला तार, U-आकार वाले जडवत् तार के बायें किनारे के समीप है। प्रेरित वि०वा०बल को बैटरी के रूप में दर्शाते हुए समय t पर एक तुल्य परिपथ बनाइये। परिपथ में धारा की गणना कीजिए।

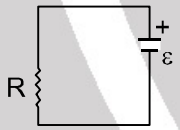


Ans. $i = \dfrac{B v \ell}{2(\ell + vt)r}$

Sol. $\varepsilon = BV\ell$



Net resistance कुल प्रतिरोध $R = (2\ell + 2x)\, r$



$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BV\ell}{(2\ell + 2x)r} = \frac{BV\ell}{2r(\ell + Vt)}$$

D-6. Consider the situation of the previous problem. (a) Calculate the force needed to keep the sliding wire moving with a constant velocity v. (b) If the force needed just after t = 0 is F_0, find the time at which the force needed will be $F_0/2$.

पिछले प्रश्न में वर्णित स्थिति पर विचार कीजिए। (a) खिसकने वाले तार को नियत वेग v से गतिशील रखने के लिये आवश्यक बल की गणना कीजिए। (b) यदि t = 0 सैकण्ड के पश्चात् आवश्यक बल F_0 है। तो वह समय ज्ञात कीजिए जिस पर आवश्यक बल $F_0/2$ हो जायेगा।

Ans. (a) $\dfrac{B^2\ell^2 v}{2\ r(\ell + vt)}$ (b) ℓ/v.

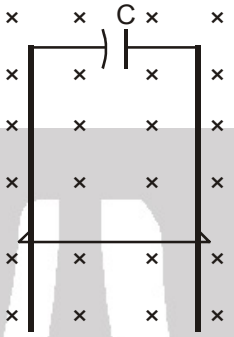
Sol. (a) $F = i\,\ell\,B = \dfrac{Bv\ell}{2r(\ell + vt)} \times \ell\, B = \dfrac{B^2\ell^2 v}{2r(\ell + vt)}$

(b) at t = 0 पर, $F_0 = \dfrac{B^2\ell^2 v}{2r\ell}$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{B^2\ell^2 v}{2r\ell}\right) = \frac{B^2\ell^2 v}{2r(\ell + vt)}$$

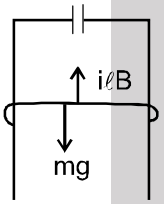
$$t = \frac{\ell}{v}$$

**D-7.# ** A wire of mass m and length ℓ can slide freely on a pair of fixed, smooth, vertical rails (figure). A magnetic field B exists in the region in the direction perpendicular to the plane of the rails. The rails are connected at the top end by an initially uncharged capacitor of capacitance C. Find the velocity of the wire at any time (t) after released. Neglecting any electric resistance. (Initial velocity of wire is zero)
चिकनी, ऊर्ध्वाधर जडवत् पटरियों के युग्म पर द्रव्यमान m तथा लम्बाई ℓ का तार मुक्त रूप से फिसल सकता है (चित्र)। पटरियों के तल के लम्बवत् एक चुम्बकीय क्षेत्र B अस्तित्व में है। पटरियाँ शीर्ष पर धारिता C वाले संधारित्र (प्रारम्भ में अनावेशित) से जुड़ी है। विद्युत प्रतिरोध को नगण्य मानते हुए छोड़ने के पश्चात् किसी समय **t** पर तार का वेग ज्ञात करो। (तार का प्रारम्भिक वेग शून्य है)



Ans. $\frac{mgt}{m+CB^2\ell^2}$

Sol.



Acceleration त्वरण $a = \frac{mg - i\ell B}{m}$ .....(i)

Here यहाँ $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(c\varepsilon) = C\frac{d\varepsilon}{dt}$

$i = C\frac{d}{dt}(BV\ell) = CB\ell\frac{dV}{dt}$

$i = CB\ell a$ .....(ii)

from eq. (i) and (ii)
समीकरण (i) व (ii) से

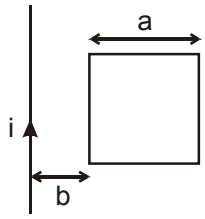
$ma = mg - (C B \ell a)\ell B$

$[m + C B^2 \ell^2]\, a = mg$

$a = \frac{mg}{m+ CB^2\ell^2}$, $v = 0 + at = \frac{mgt}{m+CB^2\ell^2}$

Section (E) : EMF Induced in a rod or loop in non uniform magnetic field
खण्ड (E) : असमरूप चुम्बकीय क्षेत्र में एक छड़ या लूप में प्रेरित वि०वा०बल

E-1.# Figure shows a fixed square frame of wire having a total resistance r placed coplanarly with a long, straight wire. The wire carries a current i given by $i = i_0 \cos(2\pi t/T)$. Find (a) the flux of the magnetic field through the square frame, (b) the emf induced in the frame and (c) the heat developed in the frame in the time interval 0 to 10 T.
चित्र में प्रदर्शित है कि r प्रतिरोध वाले तार द्वारा निर्मित एक जडवत् वर्गाकार फ्रेम, एक लम्बे एवं सीधे तार के साथ समतलीय रखा हुआ है। तार से i धारा प्रवाहित हो रही है, जो $i = i_0 \cos(2\pi t/T)$ द्वारा व्यक्त की जाती है। ज्ञात कीजिए। (a) वर्गाकार फ्रेम से गुजरने वाले चुम्बकीय क्षेत्र का फ्लक्स। (b) फ्रेम में प्रेरित वि०वा०बल तथा (c) समयान्तराल 0 से 10 T के लिये फ्रेम में उत्पन्न ऊष्मा।



Ans. (a) $\phi = \frac{\mu_0 ia}{2\pi} \ell n\left(\frac{a+b}{b}\right)$; (b) $\varepsilon = \frac{\mu_0 i_0 a}{T} \ell n\left(\frac{a+b}{b}\right)\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$

(c) heat ऊष्मा $= \left(\frac{5\mu_0^2\ i_0^2\ a^2}{Tr}\right)\left[\ell n\left(\frac{a+b}{b}\right)\right]^2$

Sol. (a) $\phi = \int B.ds$

$= \int_b^{a+b} \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \times a dr = \frac{\mu_0 ia}{2\pi} \ell n\left(\frac{a+b}{b}\right)$.

(b) $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 a i_0}{2\pi} \sin\frac{2\pi t}{T} \ell n\left(\frac{a+b}{b}\right)$

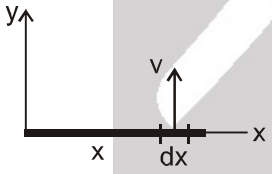
(c) $Q = \int_0^{10T} \frac{\varepsilon^2}{r} dt = \left(\frac{5\mu_0^2 i_0^2 a^2}{Tr}\right)\left[\ell n\left(\frac{a+b}{b}\right)\right]^2$.

E-2. The magnetic field in a region is given by $\vec{B} = \frac{B_0}{L} x\hat{k}$, where L is a fixed length. A conducting rod of length L lies along the X-axis between the origin and the point (L, 0, 0). If the rod moves with a velocity $\vec{v} = v_0\ \hat{j}$, find the emf induced between the ends of the rod.

किसी स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = \frac{B_0}{L} x\hat{k}$ द्वारा व्यक्त किया जाता है, जहाँ L एक नियत लम्बाई है। L लम्बाई की एक चालक छड़ मूल बिन्दु एवं बिन्दु (L, 0, 0) के बीच X-अक्ष के अनुदिश रखी हुई है। यदि छड़ $\vec{v} = v_0\ \hat{j}$, वेग से गतिशील है, तो छड़ के सिरों के बीच प्रेरित वि.वा.ब. ज्ञात कीजिये।

Ans. $\frac{B_0 v_0 L}{2}$

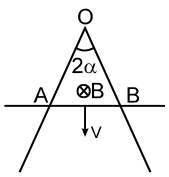
Sol.



$\varepsilon = \int_0^L \frac{B_0 x}{L} v_0\, dx = \frac{B_0 v_0 L}{2}$

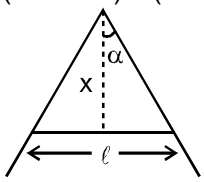
E-3. #A straight wire with a resistance of r per unit length is bent to form an angle 2α. A rod of the same wire perpendicular to the angle bisector (of 2α) forms a closed triangular loop. This loop is placed in a uniform magnetic field of induction B. Calculate the current in the wires when the rod moves at a constant speed V.

एक सीधे तार की एकांक लम्बाई का प्रतिरोध r है तथा इसे 2α कोण से मोड़ा गया है। उसी तार की छड़ जो कोण (2α) के अर्द्धक के लम्बवत् है, बंद त्रिभुजाकार लूप बना रही है। यह लूप समरूप चुम्बकीय क्षेत्र B में रखा है। जब छड़ को नियत चाल V से चलाया जाता है तो लूप में धारा ज्ञात करो ?



Ans. (BV sin α) / r(1 + sin α)

Sol.



$\varepsilon = BV\ell$

$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BV\ell}{r\left[\ell + \frac{2x}{\cos\alpha}\right]}$ where (जहाँ) $\cot\alpha = \frac{x}{\ell/2}$

Section (F) : Induced emf in a rod, Ring, Disc rotating in a uniform magnetic field
खण्ड (F) : एक समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में घूम रही छड़, वलय व चकती में प्रेरित वि०वा०बल

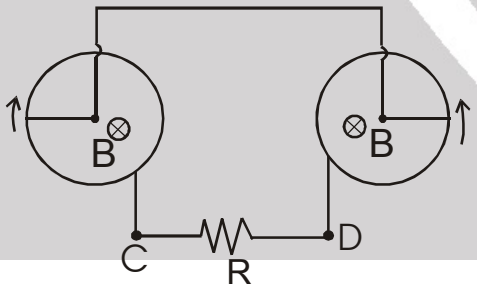
F-1. A metal rod of length 15×10^{-2} m rotates about an axis passing through one end with a uniform angular velocity of 60 rad s^{-1}. A uniform magnetic field of 0.1 Tesla exists in the direction of the axis of rotation. Calculate the EMF induced between the ends of the rod.
15×10^{-2} m लम्बाई की एक धातु की छड़ इसके एक सिरे से पारित अक्ष के सापेक्ष एक समान कोणीय वेग 60rad s^{-1} से घूम रही है। 0.1 Tesla का एक समान चुम्बकीय क्षेत्र घूर्णन अक्ष की दिशा में विद्यमान है। छड़ के सिरों के मध्य प्रेरित वि०वा०बल की गणना करो।

Ans. 67.5 mV

Sol. $\varepsilon = \frac{1}{2} B\omega L^2$

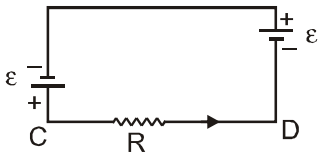
$= \frac{1}{2} 0.1 \times 60 \times (15 \times 10^{-2})^2$.

F-2. # In the figure there are two identical conducting rods each of length 'a' rotating with angular speed ω in the directions shown. One end of each rod touches a conducting ring. Magnetic field B exists perpendicular to the plane of the rings. The rods, the conducting rings and the lead wires are resistanceless. Find the magnitude and direction of current in the resistance R.
चित्र में दो एक समान चालक छड़ें, प्रत्येक की लम्बाई 'a' कोणीय चाल ω से दर्शायी गई दिशा में घूम रही है। प्रत्येक छड़ का एक सिरा चालक वलय को छूता है। चुम्बकीय क्षेत्र B वलयों के तल के लम्बवत् विद्यमान है। छड़े, चालक वलयें और संयोजन तार प्रतिरोधहीन है। प्रतिरोध R में धारा का परिमाण व दिशा ज्ञात करो।



Ans. $\frac{B\omega a^2}{R}$ from C to D $\frac{B\omega a^2}{R}$ C से D

Sol.



(where जहाँ $\varepsilon = \frac{1}{2} B\omega a^2$)

$i = \frac{2\varepsilon}{R} = \frac{B\omega a^2}{R}$.

F-3. A bicycle is resting on its stand in the east-west direction and the rear wheel is rotated at an angular speed of 50 revolutions per minute. If the length of each spoke is 30.0 cm and the horizontal component of the earth's magnetic field is 4×10^{-5} T, find the emf induced between the axis and the outer end of a spoke. Neglect centripetal force acting on the free electrons of the spoke.
एक साइकिल इसके स्टेण्ड पर पूर्व–पश्चिम दिशा में खड़ी हुई है और इसका पिछला पहिया 50 चक्कर/मिनट की कोणीय चाल से घूम रहा है। यदि प्रत्येक स्पॉक की लम्बाई 30.0 cm है और पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक 4×10^{-5} T, है तो अक्ष एवं स्पॉक के बाहरी सिरे के बीच प्रेरित वि. वा. बल ज्ञात कीजिए। स्पॉक के मुक्त इलेक्ट्रॉन पर लगने वाला अभिकेन्द्रीय बल नगण्य मान लीजिए।

Ans. $3\pi \times 10^{-6}$ V

Sol. $\varepsilon = 1/2\ B\omega L^2 = 4 \times 10^{-5} \times [\pi \times (30 \times 10^{-2})^2] \times 50/60.$

F-4. A thin wire of negligible mass & a small spherical bob constitute a simple pendulum of effective length ℓ. If this pendulum is made to swing through a semi-vertical angle θ, under gravity in a plane normal to a uniform magnetic field of induction B, find the maximum potential difference between the ends of the wire.
नगण्य द्रव्यमान का एक पतला तार व एक छोटा गोलाकार बॉब, मिलकर प्रभावी लम्बाई ℓ का एक सरल लोलक बनाते है। यह लोलक अर्द्ध ऊर्ध्वाधर कोण θ से एक समान चुम्बकीय क्षेत्र B के लम्बवत् तल में गुरूत्व प्रभाव में दोलन करता है। लोलक के किनारों के मध्य अधिकतम विभवान्तर ज्ञात करो।

Ans. $B\ell\sqrt{g\ell}\sin\dfrac{\theta}{2}$

Sol. $\varepsilon_{max} = 1/2\ B\omega_{max}\ell^2$

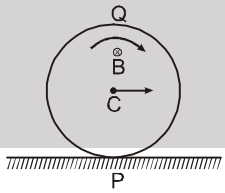
Here जहाँ $mg\ell(1 - \cos\theta) = 1/2\ mV^2$

$V^2 = 2g\ell(1 - \cos\theta)$

$$\omega_{max} = \frac{V}{\ell} = \sqrt{\frac{2g(1-\cos\theta)}{\ell}} = \sqrt{\frac{2g \times 2\sin^2\theta/2}{\ell}} = 2\sin\theta/2\sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$\varepsilon_{max} = \frac{1}{2}B\ell^2 \times 2\sin\theta/2\sqrt{\frac{g}{\ell}}; \qquad \varepsilon_{max} = B\ell\sqrt{g\ell}\sin\theta/2 \qquad \textbf{Ans.}$$

F-5. # A conducting disc of radius R is rolling without sliding on a horizontal surface with a constant velocity 'v'. A uniform magnetic field of strength B is applied normal to the plane of the disc. Find the EMF induced between (at this moment)
त्रिज्या R की एक चालक चकती नियत वेग 'v' से क्षैतिज सतह पर बिना फिसले लुढ़क रही है। सामर्थ्य B का एक समरूप चुम्बकीय क्षेत्र चकती के तल के अभिलम्बवत् आरोपित है। इस क्षण निम्न के मध्य प्रेरित वि०वा०बल ज्ञात करो।



(a) P & व Q (b) P & व C. (c) Q & व C
(C is centre, P&Q are opposite points on vertical diameter of the disc)
(C केन्द्र है, P व Q चकती के ऊर्ध्वाधर व्यास पर विपरीत बिन्दु है।)

Ans. (a) 2BRv (b) $\dfrac{BRv}{2}$ (c) $\dfrac{3\ BRv}{2}$

Sol. (a) $\varepsilon_{PQ} = \dfrac{1}{2}B\omega(2R)^2$

$$= \frac{1}{2}B\left(\frac{v}{R}\right)(2R)^2 = 2BvR$$

(b) $\varepsilon_{PC} = \dfrac{1}{2}B\omega R^2 = \dfrac{1}{2}B\left(\dfrac{v}{R}\right)R^2 = \dfrac{BvR}{2}$. (c) $\varepsilon_{QC} = 2BvR - \dfrac{BvR}{2} = \dfrac{3}{2}vBR$

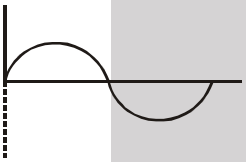
F-6. A closed coil having 50 turns is rotated in a uniform magnetic field B = 2 ×10^{-4} T about a diameter which is perpendicular to the field. The angular velocity of rotation is 300 revolutions per minute. The area of the coil is 100 cm ^{2} and its resistance is 4 Ω. Find (a) the average emf developed in half a turn from a position where the coil is perpendicular to the magnetic field, (b) the average emf in a full turn, (c) the net charge flown in part (a) and (d) the emf induced as a function of time if it is zero at t=0 and is increasing in positive direction. (e) the maximum emf induced. (f) the average of the squares of emf induced over a long period

50 फेरों की एक बन्द कुण्डली व्यास के लम्बवत् एक समान चुम्बकीय क्षेत्र B = 2 ×10^{-4} T में व्यास के परितः घुमायी जा रही है। घूर्णन का कोणीय वेग 300 चक्कर प्रति मिनट है। कुण्डली का क्षेत्रफल 100cm^2 तथा प्रतिरोध 4 Ω है। ज्ञात करो। (a) आधे घूर्णन में औसत प्रेरित वि०वा०बल जबकि कुण्डली प्रारम्भ में चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् हो, (b) पूर्ण चक्कर में औसत वि०वा०बल, (c) भाग (a) में प्रवाहित कुल आवेश तथा (d) समय के फलन के रूप में प्रेरित वि०वा०बल यदि यह t = 0 पर शून्य है और धनात्मक दिशा में बढ़ रहा है। (e) अधिकतम प्रेरित वि०वा०बल। (f) लम्बे समय अन्तराल में प्रेरित वि०वा०बल के वर्ग का औसत।

Ans. (a) 2.0 × 10^{-3} V (b) zero (c) 50 μC

(d) π× 10^{-3} sin (10πt) (e) π mV (f) $\frac{\pi^2}{2}\times10^{-6}$ V

Sol.



For half cycle, अर्द्ध चक्र के लिए,

(a) $\langle\varepsilon\rangle = \frac{2\varepsilon_0}{\pi}$

$\langle\varepsilon\rangle = \frac{2NBA\omega}{\pi} = \frac{2\times50\times2\times10^{-4}\times100\times10^{-4}\times2\pi\times300}{60\times\pi}$

$\langle\varepsilon\rangle = 2\times10^{-3}$ volt.

(b) For complete cycle, पूर्ण चक्र के लिए,

$\langle\varepsilon\rangle = 0$

(c) $\Delta q = \frac{\Delta\phi}{R} = \frac{2NBA}{R} = \frac{2\times50\times2\times10^{-4}\times100\times10^{-4}}{4}$

(d) $\varepsilon = NBA\omega\sin\omega t$.

(e) $\varepsilon_{max} = NBA\omega = \pi\times10^{-3}$ V

(f) $\langle\varepsilon^2\rangle = \frac{N^2B^2A^2\omega^2}{2} = \frac{\pi^2}{2}\times10^{-6}$ V.

Section (G) : Fixed loop in a time varying magnetic field & Induced electric field

खण्ड (G) : समय के साथ परिवर्ती चुम्बकीय क्षेत्र व प्रेरित विद्युत क्षेत्र में स्थिर लूप

G-1. A circular loop of radius 1m is placed in a varying magnetic field given as B = 6t Tesla, where t is time in sec.

(a) Find the emf induced in the coil if the plane of the coil is perpendicular to the magnetic field.

1m त्रिज्या का वृत्ताकार लूप परिवर्ती चुम्बकीय क्षेत्र B = 6t में रखा है। जहाँ t समय सैकण्ड में है।

(a) यदि कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है तो कुण्डली में प्रेरित वि०वा०बल ज्ञात करो।

(b) Find the electric field in the tangential direction, induced due to the changing magnetic field.

(b) स्पर्श रेखीय दिशा में विद्युत क्षेत्र ज्ञात करो जो परिवर्ती चुम्बकीय क्षेत्र के कारण प्रेरित है।

(c) Find the current in the loop if its resistance is1Ω/m.

(c) लूप में धारा ज्ञात करो यदि इसका प्रतिरोध 1Ω/m है।

Ans. **(a)** 6π Volt **(b)** 3 N/C **(c)** 3 A

Sol. **(a)** $\varepsilon = A\frac{dB}{dt} = \pi(1)^2\, 6 = 6\pi$ V

(b) $E \times 2\pi r = A\,\frac{dB}{dt} = 6\pi$

$E = \frac{3}{r} = \frac{3}{1} = 3$ volt / meter. वोल्ट / मीटर

(c) Find the current in the loop if its resistance is1Ω/m.

$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{6\pi}{1\times 2\pi r} = \frac{3}{r} = \frac{3}{1} = 3$ amp.

G-2 The current in an ideal, long solenoid is varied at a uniform rate of 0.01 A/s. The solenoid has 2000 turns/m and its radius is 6.0 cm. (a) Consider a circle of radius 1.0 cm inside the solenoid with its axis coinciding with the axis of the solenoid. Write the change in the magnetic flux through this circle in 2.0 seconds. (b) Find the electric field induced at a point on the circumference of the circle. (c) Find the electric field induced at a point outside the solenoid at a distance 8.0 cm from its axis.
एक आदर्श लम्बी परिनालिका में धारा 0.01 A/s की एक समान दर से बढ़ रही है। परिनालिका में 2000 फेरे/मी० है एवं इसकी त्रिज्या 6.0 cm है। (a) परिनालिका के अन्दर 1.0 cm त्रिज्या के वृत्त पर विचार कीजिए जिसकी अक्ष परिनालिका की अक्ष से सम्पाती है। इस वृत्त से गुजरने वाले फ्लक्स में 2.0 सेकण्ड में होने वाला परिवर्तन ज्ञात कीजिए। (b) वृत्त की परिधि पर स्थित किसी बिन्दु पर प्रेरित विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए। (c) परिनालिका के बाहर एवं इसकी अक्ष से 8.0 cm दूरी पर स्थित बिन्दु पर प्रेरित विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

Ans. (a) $16\pi^2 \times 10^{-10} = 1.6 \times 10^{-8}$ Weber (b) $4\pi \times 10^{-8}$ V/m (c) $18\pi \times 10^{-8} = 5.6 \times 10^{-7}$ V/m

Sol. (a) $B = \mu_0 nI$

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = A\,\frac{dB}{dt} = \pi(1\times 10^{-2})^2 \times \mu_0 \times \frac{2000}{1} \times \frac{dI}{dt}$$

$$= \pi\mu_0 \times 10^{-4} \times 2000 \times 0.01$$

$$\Delta\phi = 2 \times \frac{d\phi}{dt} = 4\pi \times 10^{-3} \times \mu_0$$

$= 16\pi^2 \times 10^{-10}$ Weber.

(b) $E = \frac{\varepsilon}{2\pi r} = \frac{2\pi\times 10^{-3}\times\mu_0}{2\pi\times 1\times 10^{-2}}$

$= 0.1\,\mu_0 = 4\pi \times 10^{-8}$ V/m.

(c) $E' \times 2\pi r' = A'\frac{dB}{dt}$

$$E' \times 2\pi \times 8\times 10^{-2} = \pi \times (6\times 10^{-2})^2\,\frac{dB}{dt}$$

$$E' = \frac{36}{8}.E$$

$$\Rightarrow \frac{18}{4}E = \frac{18}{4} \times 4\pi \times 10^{-8} \qquad \Rightarrow \quad E = 18\pi \times 10^{-8} \text{ V/m.}$$

G-3. A uniform field of induction B is changing in magnitude at a constant rate dB/dt. You are given a mass m of copper which is to be drawn into a wire of radius r & formed into a circular loop of radius R. Show that the induced current in the loop does not depend on the size of the wire or of the loop. Assuming B perpendicular to the loop prove that the induced current $i = \frac{m}{4\pi\rho\delta}\frac{dB}{dt}$, where ρ is the resistivity and δ the density of copper.
प्रेरण B का एक समान चुम्बकीय क्षेत्र नियत दर dB/dt से परिमाण में बदल रहा है। आपको m द्रव्यमान का तांबा दिया जाता है। जिससे r त्रिज्या का तार बनाया जाता है एवं इससे R त्रिज्या का वृत्ताकार लूप बनाया जाता है। दर्शाइये कि लूप में प्रेरित धारा तार या लूप के आकार पर निर्भर नहीं करती। यह मानते हुए कि B लूप के लम्बवत् है। सिद्ध कीजिए कि प्रेरित धारा $i = \frac{m}{4\pi\rho\delta}\frac{dB}{dt}$ है। जहां ρ तांबे की प्रतिरोधकता व δ तांबे का घनत्व है।

Sol. $m = \pi r^2 L\delta$ .....(i)

Here यहाँ $L = 2\pi R$

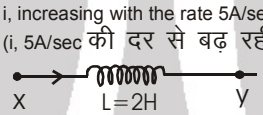
$$\varepsilon = \pi R^2 \cdot \frac{dB}{dt} = \pi \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2 \frac{dB}{dt} = \frac{L^2}{4\pi}\frac{dB}{dt}$$

$$i = \frac{\varepsilon}{\text{Resistance}}\ \frac{\varepsilon}{\text{प्रतिरोध}} = \frac{\varepsilon 2\pi R}{\rho \pi r^2}$$

After solving, हल करने पर , $i = \frac{m}{4\pi\rho\delta} \cdot \frac{dB}{dt}$.

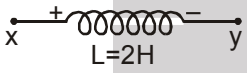
Section (H) : Self induction, Self inductance self induced emf & Magnetic energy density
खण्ड (H) : स्वप्रेरण, स्वप्रेरकत्व, स्वप्रेरित वि०वा०बल तथा चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व

H-1.# The figure shows an inductor of 2 H through which a current increasing at the rate of 5A/sec, is flowing. Find the potential difference V_X-V_Y.
चित्र में 2 H का एक प्रेरकत्व प्रदर्शित है जिससे धारा प्रवाहित है जो 5A/sec की दर से बढ़ रही है। विभवान्तर $V_X - V_Y$ ज्ञात करो।



Ans: 10V

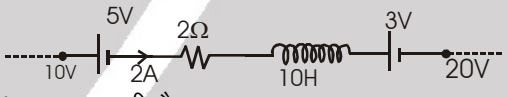
Sol.



From KVL KVL से

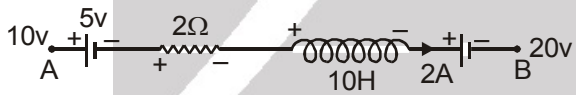
$$V_x - V_y = L\frac{dI}{dt} = 2 \times 5 = 10 \text{ volt.}$$

H-2.# Figure shows a part of a circuit. Find the rate of change of the current, as shown.
चित्र में परिपथ का एक भाग प्रदर्शित है। दर्शायी गई धारा के परिवर्तन की दर ज्ञात करो।



Ans: 2.2 A/s, decreasing घट रही है।

Sol.

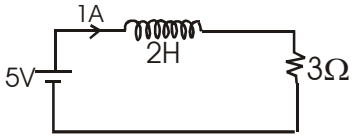


$$10 - 5 - 2(2) - 10\left(\frac{dI}{dt}\right) - 3 = 20$$

$$10\ \frac{dI}{dt} = -22$$

$\Rightarrow$ $dI/dt = -2.2$ Am/sec.

H-3.# In the circuit shown find (a) the power drawn from the cell, (b) the power consumed by the resistor which is converted into heat and (c) the power given to the inductor.
दर्शाये गये परिपथ में ज्ञात करो (a) सेल से ली गई शक्ति, (b) प्रतिरोधक द्वारा खर्च की गई शक्ति जो ऊष्मा में परिवर्तित होती है और (c) प्रेरकत्व को दी गई शक्ति।



Ans: (a) 5 W (b) 3W (c) 2 W

Sol. $P_{cell} = \varepsilon I = 5 \times 1 \times 5$ J/sec. = 5 watt.

$P_{res.} = I^2R = (1)^2 \times 3 = 3$ watt.

$P = 5 - 3 = 2$ watt.

H-4. Find the energy stored in the magnetic field inside a volume of 1.00 mm^3 at a distance of 10.0 cm from a long wire carrying a current of 4 A.
एक लम्बे तार मे 4A धारा प्रवाहित हो रही है। तार से 10.0 cm दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित 1.00 mm^3 आयतन में संचित ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

Ans. 2.55×10^{-14} J

Sol. $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 4}{2\pi \times 10 \times 10^{-2}}$

Energy ऊर्जा = $\frac{1}{2} = \frac{B^2}{\mu_0}$ × volume आयतन

$= \frac{B^2}{2\mu_0} \times [1 \times 10^{-3}]^3$.

H-5. What is the magnetic energy density (in terms of standard constant & r) at the centre of a circulating electron in the hydrogen atom in first orbit. (Radius of the orbit is r)
हाइड्रोजन परमाणु के प्रथम कक्ष में परिक्रमा कर रहे इलेक्ट्रॉन के केन्द्र पर चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व (मानक नियतांकों तथा r के रूप में) कितना है। (कक्ष की त्रिज्या r है)

Ans. $\frac{\mu_0 \ e^4}{128\pi^3 \varepsilon_0 m R^5}$

Sol. $B = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 fe}{2r}$ .....(i)

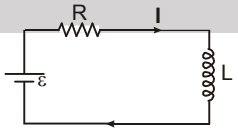
$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$, f $2\pi r = V$

So $f = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mr}} \left(\frac{1}{2\pi r}\right)$ ..... (ii)

Energy density ऊर्जा घनत्व = $\frac{B^2}{2\mu_0}$ .....(iii)

Solve (i), (ii) & (iii) and get (i), (ii) & (iii) हल करने पर **Ans.**

H-6.# Suppose the EMF of the battery, the circuit shown varies with time t so the current is given by i (t) = 3 + 5 t, where i is in amperes & t is in seconds. Take R = 4 Ω, L = 6 H & find an expression for the battery EMF as a function of time.
माना बैटरी का वि०वा०बल प्रदर्शित परिपथ में समय t के साथ इस प्रकार परिवर्तित होता है ताकि धारा i (t) = 3 + 5 t, से दी जाती है। जहां i, एम्पियर में व t सेकण्ड में है। R = 4 Ω, L = 6 H लीजिए और बैटरी के वि०वा०बल का व्यंजक समय के फलन के रूप में ज्ञात करो।

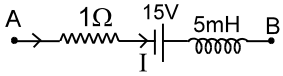


Ans. 42 + 20 t volt

Sol. $\varepsilon = Ri + L\frac{di}{dt}$

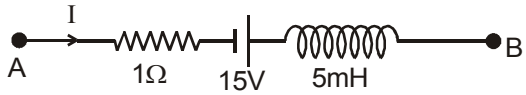
= R(3 + 5t) + 6 × 5
= 12 + 20t + 30
ε = 20t + 42 volt.

H-7. #The network shown in Fig. is a part of a complete circuit. What is the potential difference $V_B - V_A$, when the current I is 5A and is decreasing at a rate of 10^3 (A/s)?
दिये गये चित्र में पूर्ण परिपथ का एक भाग प्रदर्शित है। विभवान्तर $V_B - V_A$ क्या होगा, जब धारा I = 5A हो तथा इसकी ह्रास दर 10^3 (ऐम्पियर/सैकण्ड) है ?



Ans. 15V

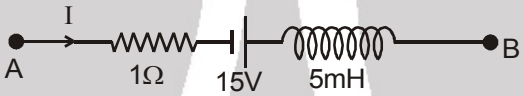
Sol. $\frac{di}{dt} = 10^3$ A / s



∴ Induced emf across inductance प्रेरकत्व के परितः प्रेरित वि.वा.बल , $|e| = L\frac{di}{dt}$

$|e| = (5 \times 10^{-3})(10^3)$ V = 5 V

Since, the current is decreasing, the polarity of this emf would be so as to increase the existing current. The circuit can be redrawn as
चूंकि धारा घट रही है, इस वि.वा.बल की ध्रुवता इस प्रकार होगी कि विद्यमान धारा को बढ़ा सके। परिपथ दुबारा इस प्रकार बना सकते हैं।



Now , अब, $V_A - 5 + 15 + 5 = V_B$

∴ $V_A - V_B = -15$ V

or या $V_B - V_A = 15$ Vs

Section (I) : Circuit containing inductance, Resistance & battery, Growth and decay Of Current in a circuit containing inductor

खण्ड (I) : प्रेरकत्व,प्रतिरोध व बैटरी वाले परिपथ, प्रेरक वाले परिपथ में धारा की वृद्धि व क्षय

I -1. A coil having resistance 20 Ω and inductance 2 H is connected to a battery of emf 4.0 V. Find (a) the current at 0.20 s after the connection is made and (b) the magnetic field energy in the coil at this instant.
20 Ω प्रतिरोध एवं 2.0 H प्रेरकत्व वाली कुण्डली को 4.0 V वि०वा०बल की बैटरी से संयोजित किया गया है। ज्ञात कीजिए। (a) संयोजन करने के 0.20 s पश्चात् धारा और (b) इस क्षण पर कुण्डली में चुम्बकीय क्षेत्र की ऊर्जा।

Ans. (a) $\frac{1}{5}(1-e^{-2}) \simeq 0.17$ A (b) $\frac{1}{25}(1-e^{-2})^2$ 0.03 J

Sol. (a) $I = I_0(1 - e^{-t/\tau})$

where जहाँ $I_0 = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$; $\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ and और t = 0.2 sec.

(b) $E = \frac{1}{2} L I^2$

I–2. A solenoid of resistance 50 Ω and inductance 80 Henry is connected to a 200 V battery. How long will the current take to reach 50 % of its final equilibrium value? Calculate the maximum energy stored.
50Ω प्रतिरोध तथा 80 हेनरी प्रेरकत्व की परिनालिका 200V की बैटरी से जुड़ी है। धारा द्वारा अधिकतम मान के 50 % तक पहुँचने में लिया गया समय ज्ञात करो ? अधिकतम संग्रहित ऊर्जा भी ज्ञात करो ?

Ans. (L/R) ln 2 = 1.109 s, 640 J

Sol. $I = i_0 \left(1 - e^{-Rt/L}\right)$

$1/2 = 1 - e^{-Rt/L}$

Time समय $t = L/R\ \ell n\ 2 = 8/5\ (0.6931) = 1.109$ Ans

Stored energy संग्रहित ऊर्जा $U = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times \left(\frac{200}{50}\right)^2$

I-3. A solenoid has an inductance of 10 Henry and a resistance of 2Ω. It is connected to a 10 volt battery. How long will it take for the magnetic energy to reach 1/4th of its maximum value?
एक परिनालिका का प्रेरकत्व 10 हेनरी व प्रतिरोध 2Ω है। इसको 10 वोल्ट की एक बैटरी के साथ जोड़ा जाता है। चुम्बकीय ऊर्जा को इसके अधिकतम मान के 1/4th तक पहुँचने में कितना समय लगेगा ?

Ans. $t = (L/R)\,\ell n\, 2 = 3.47$ s

Sol. $U = \frac{1}{2} L i^2$ i.e. $U \propto i^2$

U will reach $\frac{1}{4}$th of its maximum value when current is reached half of its maximum value. In L-R circuit, equation of current growth is written as

$$i = i_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

Here i_0 = Maximum value of current

τ = Time constant = L/R

जब धारा उसके अधिकतम मान के आधे मान पर पहुँचती है, तब U, 1/4 होगी। L-R परिपथ में, धारा वृद्धि की समीकरण इस प्रकार लिखेंगे

$$i = i_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

यहाँ i_0 = अधिकतम धारा का मान

τ = समय नियतांक = L/R

$$\tau = \frac{10 \text{ henry}}{2 \text{ ohm}} = 5s^{-1}$$

Therefore, इसलिए $i = i_0/2 = i_0 (1 - e^{-t/5})$

or या $1/2 = 1 - e^{-t/5}$ or या $e^{-t/5} = 1/2$

or या $-t/5 = \ln$

or या $t/5 = \ln (2) = 0.693$

$\therefore$ $t = (5)(0.693)$s

or या $t = 3.465$s **Ans.**

I-4. A coil of resistance 4 Ω is connected across a 0.4 V battery. The current in the coil is 63 mA. 1sec after the battery is connected. Find the inductance of the coil. [$e^{-1} \approx 0.37$]
4 Ω प्रतिरोध वाली एक कुण्डली 0.4 V की बैटरी से जोडी गयी है। बैटरी जोड़ने के 1 सैकण्ड पश्चात् कुण्डली में धारा 63 mA है। कुण्डली का प्रेरकत्व ज्ञात कीजिए। [$e^{-1} \approx 0.37$]

Ans. 4.0 H

Sol. $I = I_0(1 - e^{-t/\tau})$

$e^{-t/\tau} = 1 - I/I_0 = 0.37 = e^{-1}$

$tR/L = 1$

$L = tR$

$L = 4H$.

I-5. A coil of negligible resistance and inductance 5H, is connected in series with a 100 Ω resistor and a battery of emf 2.0 V. Find the potential difference across the resistor 20 ms after the circuit is switched on. ($e^{-0.4} = 0.67$)
5 H प्रेरकत्व एवं नगण्य प्रतिरोध वाली एक कुण्डली को 100 Ω के प्रतिरोध तथा 2.0 V वि०वा०बल की बैटरी के साथ श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। स्विच चालू करने के 20 मिली सैकण्ड पश्चात् परिपथ में प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर ज्ञात कीजिए। ($e^{-0.4} = 0.67$)

Ans. $2 [1 - e^{-0.4}] = 0.66$ V

Sol. $v = v_0 [1 - e^{-t/\tau}] = 2 [1 - e^{-0.4}] = 0.66$ V.

I-6. An LR circuit has L = 1.0 H and R = 20 Ω. It is connected across an emf of 2.0 V at t = 0. Find di/dt and Ldi/dt at t = 50 ms.
एक LR परिपथ में L = 1.0 H तथा R = 20 Ω है। इसको t = 0 पर 2.0V वि०वा०बल के सिरों पर जोड़ा गया है। t = 50 ms पर di/dt एवं Ldi/dt ज्ञात कीजिए।

Ans. $\frac{2}{e}$ A/s, 2/e V

Sol. $i = \frac{E}{R}(1 - e^{-Rt/L})$ and $\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} e^{\frac{-Rt}{L}}$

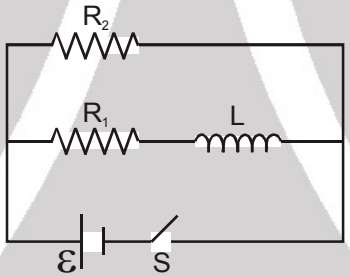
I-7. An inductor-coil of inductance 20 mH having resistance 10 Ω is joined to an ideal battery of emf 5.0 V. Find the rate of change of the magnitude of induced emf at (a) t = 0, (b) t = 10 ms.
20 mH प्रेरकत्व एवं 10 Ω प्रतिरोध वाली एक प्रेरण कुण्डली को 5.0 V वि०वा०बल की आदर्श बैटरी से जोड़ा गया है। निम्न समय पर प्रेरित वि०वा०बल के परिमाण में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए। (a) t = 0, (b) t = 10 ms (मिली सेकण्ड)

Ans. (a) -2.5×10^{3} V/s (b) $-2.5\times 10^{3} \times e^{-5}$ V/s

Sol. $\varepsilon = L\frac{dI}{dt} = \varepsilon_0\, e^{-Rt/L}$

$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\varepsilon_0 R/L\, e^{-Rt/L}$

I–8.# Consider the circuit shown in figure. (a) Find the current through the battery a long time after the switch S is closed. (b) Suppose the switch is opened at t = 0. What is the time constant of the decay circuit? (c) Find the current through the inductor after one time constant.
चित्र में प्रदर्शित परिपथ पर विचार कीजिए। (a) स्विच S को बंद करने के लम्बे समय पश्चात् बैटरी से प्रवाहित धारा ज्ञात कीजिए। (b) मान लीजिए कि t = 0 पर स्विच खोल दिया जाता है। विसर्जन (क्षय) परिपथ का समय–नियतांक कितना होगा ? (c) एक समय–नियतांक के पश्चात् प्रेरकत्व से प्रवाहित धारा ज्ञात कीजिए।



Ans. (a) $\frac{\varepsilon(R_1+R_2)}{R_1R_2}$ (b) $\frac{L}{R_1+R_2}$ (c) $\frac{\varepsilon}{R_1 e}$

Sol. (a) After switch S is closed for a long time inductor will offer zero resistance hence current through the battery is $I = \frac{\varepsilon(R_1+R_2)}{R_1R_2}$

(b) $\tau = \frac{L}{R_{eff}} = \frac{L}{R_1+R_2}$

(c) $I = I_0 e^{-t/\tau} = \frac{\varepsilon}{R_1 e}$

हल. (a) स्विच S को लम्बे समय तक चालू करने के बाद प्रेरक से शून्य प्रतिरोध मिलेगा अतः बैटरी से प्रवाहित धारा है $I = \frac{\varepsilon(R_1+R_2)}{R_1R_2}$

(b) $\tau = \frac{L}{R_{eff}} = \frac{L}{R_1+R_2}$

(c) $I = I_0 e^{-t/\tau} = \frac{\varepsilon}{R_1 e}$

I–9. A superconducting loop of radius R has self inductance L. A uniform & constant magnetic field B is applied perpendicular to the plane of the loop. Initially current in this loop is zero. The loop is rotated about its diameter by 180º. Find the current in the loop after rotation.
त्रिज्या R के एक अतिचालक लूप का स्वप्रेरकत्व L है। एक समरूप व नियत चुम्बकीय क्षेत्र B लूप के तल के लम्बवत् आरोपित है। प्रारम्भ में इस लूप में धारा शून्य है। लूप इसके व्यास के परितः 180º से घुमाया जाता है। घूमनें के बाद लूप में धारा ज्ञात करो।

Ans. $\frac{2B\pi R^2}{L}$

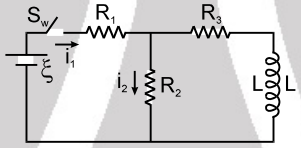
Sol. $\varepsilon = \frac{d\phi_T}{dt} = iR$

as R = 0 for super conducting loop
चुकिं अतिचालक लुप के लिये R = 0

so इसलिये ϕ_T = constant नियत

$B\pi R^2 + 0 = -B\pi R^2 - LI \Rightarrow I = \frac{2B\pi R^2}{L}$

I-10.# In figure, $\xi = 100$ V, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 30\ \Omega$ and L = 2 H. Find i_1 & i_2.
चित्र में $\xi = 100$ V, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 30\ \Omega$ तथा L = 2 H है। i_1 तथा i_2 के मान ज्ञात करो।



(a) immediately after switch S_w is closed — कुंजी S_w के बन्द करने के तुरन्त बाद।
(b) a long time after — बहुत लम्बे समय बाद।
(c) immediately after S_w is opened again — S_w के पुनः खोलने के तुरन्त बाद।
(d) a long time later. — लम्बे समय पश्चात्।

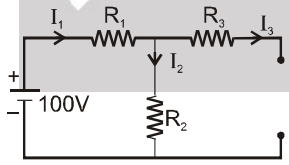
Ans. (a) $i_1 = i_2 = \frac{10}{3} = 3.33$ A

(b) $i_1 = \frac{50}{11} = 4.55$ A; $i_2 = \frac{30}{11} = 2.73$ A

(c) $i_1 = 0$, $i_2 = -\frac{20}{11} = -1.82$ A

(d) $i_1 = i_2 = 0$

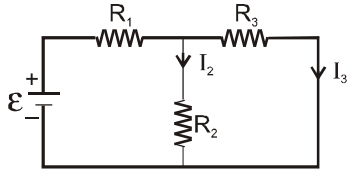
Sol. (a)



$I_3 = 0$

$I_1 = I_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} = \frac{100}{10 + 20}$

(b)



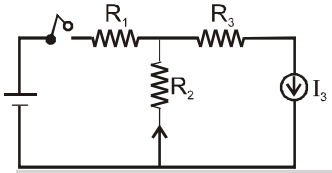
$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{eq}}$

where जहाँ $R_{eq} = \frac{R_2R_3}{R_2+R_2} + R_1$

$I_2 = \frac{R_3}{R_2+R_3} I_1$

$I_3 = \frac{R_2}{R_2+R_3} I_1$

(c)

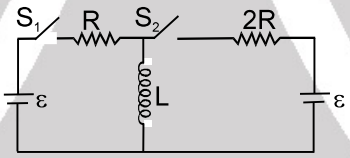


$I_1 = 0$

$I_2 = -I_3 = -\frac{R_2}{R_2+R_3} \times \frac{\varepsilon}{\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}+R_1}$

I -11.# In the circuit shown S_1 & S_2 are switches. S_2 remains closed for a long time and S_1 open. Now S_1 is also closed. Just after S_1 is closed. The potential difference (V) across R and $\frac{di}{dt}$ (with sign) in L.

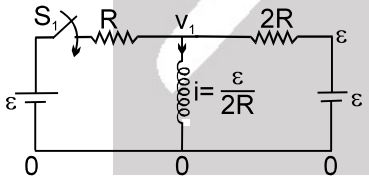
दिखाए गए परिपथ में S_1 और S_2 स्विच है। S_2 एक लम्बे समय के लिए बंद रहता है और S_1 खुला हुआ है। अब S_1 को भी बन्द कर दिया जाता है। S_1 के बंद करने के ठीक पश्चात् प्रतिरोध R के सिरों पर विभवान्तर (V) तथा L के पदो में $\frac{di}{dt}$ चिन्ह के साथ ज्ञात करो।



Ans. $\frac{\varepsilon}{3}, \frac{2\varepsilon}{3L}$

Sol. When S_2 is closed current in inductor

जब S_2 बंद है तो प्रेरक में धारा रहेगी



remains, $i = \frac{\varepsilon}{2R}$

$\therefore \frac{\varepsilon - V_1}{R} + \frac{\varepsilon - V_1}{2R} = \frac{\varepsilon}{2R} \qquad \left(V_1 = \frac{2\varepsilon}{3}\right)$

$\therefore$ Potential difference विद्युत विभान्तर (V) $= \varepsilon - \frac{2\varepsilon}{3} = \frac{\varepsilon}{3}$ Ans.

and और $L\frac{di}{dt} = \frac{2\varepsilon}{3} \qquad \frac{di}{dt} = \frac{2\varepsilon}{3L}$

I -12. Show that if two inductors with equal inductance L are connected in parallel then the equivalent inductance of the combination is L/2. The inductors are separated by a large distance.
दर्शाइये कि यदि समान प्रेरकत्व L की दो प्रेरक कुण्डली समान्तर क्रम में जोड़ी जाये तो संयोजन का तुल्य प्रेरकत्व L/2 है। प्रेरक कुण्डली अधिक दूरी पर है।

Sol. $\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2} = \frac{1}{L}+\frac{1}{L} = \frac{2}{L}$ or या $L_{eq} = \frac{L}{2}$

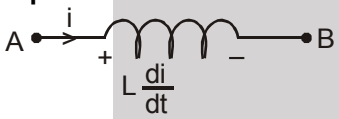
I-13. Two inductances L_1 & L_2 are connected in series & are separated by a large distance.
दो प्रेरकत्व L_1 व L_2 श्रेणीक्रम में जुड़े है और अधिक दूरी पर है।

(a) Show that their equivalent inductance is $L_1 + L_2$.
दशाईये कि उनका तुल्य प्रेरकत्व $L_1 + L_2$ है।

(b) Why must their separation be large?
उनके मध्य दूरी अधिक क्यों होनी चाहिए ?

Ans. (b) Separation is large to neglect mutual inductance
दूरी अधिक होने पर अन्योन्य प्रेरण नगण्य है

Sol. **Equivalent self inductance :**



$$L = \frac{V_A - V_B}{di/dt} \quad ....(1)$$

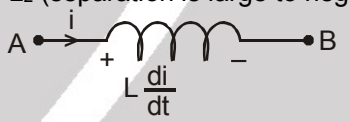
Series combination

$$V_A - L_1\frac{di}{dt} - L_2\frac{di}{dt} = V_B \quad ....(2)$$

from (1) and (2)

$L = L_1 + L_2$ (separation is large to neglect mutual inductance) **Ans.**

हल. तुल्य स्वप्रेरकत्त्व



$$L = \frac{V_A - V_B}{di/dt} \quad ....(1)$$

श्रेणी संयोजन

$$V_A - L_1\frac{di}{dt} - L_2\frac{di}{dt} = V_B \quad ....(2)$$

(1) व (2) से

$L = L_1 + L_2$ (दूरी अधिक होने पर अन्योन्य प्रेरण नगण्य है)

Section (J) : Mutual Induction & Mutual inductance

खण्ड (J) : अन्योन्य प्रेरण व अन्योन्य प्रेरकत्व

J-1. The average emf induced in the secondary coil is 0.1 V when the current in the primary coil changes from 1 to 2 A in 0.1 s. What is the mutual inductance of the coils.
द्वितीयक कुण्डली में प्रेरित औसत वि०वा०बल 0.1 V है जब प्राथमिक कुण्डली में धारा 0.1 s में 1 से 2 A तक परिवर्तित होती है। कुण्डलियों का अन्योन्य प्रेरकत्व कितना है।

Ans. 0.01 H

Sol. EMF = $\left|M\frac{-\Delta I}{\Delta t}\right|$ or $M = \frac{EMF}{\left|\frac{-\Delta I}{\Delta t}\right|}$.

वि.वा.बल = $\left|M\frac{-\Delta I}{\Delta t}\right|$ या $M = \frac{\text{वि . वा . बल}}{\left|\frac{-\Delta I}{\Delta t}\right|}$.

J-2. The mutual inductance between two coils is 0.5 H. It the current in one coil is changed at the rate of 5 A/s, what will be the emf induced in the other coil?
दो कुण्डलियों के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व 0.5 H है। यदि एक कुण्डली में धारा 5 A/s की दर से परिवर्तित होती है, तो दूसरी कुण्डली में कितना वि०वा०बल प्रेरित होगा ?

Ans. 2.5 V

Sol. EMF वि.वा.बल = $\left|M\frac{-\Delta I}{\Delta t}\right|$.

J-3. A small square loop of wire of side ℓ is placed inside a large square loop of wire of side L(L >> ℓ). The loops are co – planar and their centres coincide. Find the mutual inductance of the system.
ℓ भुजा वाला तार का छोटा वर्गाकार लूप, L(L >> ℓ) भुजा वाले तार के बड़े वर्गाकार लूप के अन्दर रखा जाता है। दोनों लूप समान तल में है तथा दोनों के केन्द्र परस्पर सम्पाती है। निकाय का अन्योन्य प्रेरकत्व ज्ञात करें।

Ans. $\frac{2\sqrt{2}\mu_0\ell^2}{\pi L}$

Sol. Magnetic field produced by a current i in a large square loop at its centre is
बड़े वर्गाकार लूप में प्रवाहित धारा i के कारण उसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 i 2\sqrt{2}}{\pi L}$$

Therefore $\phi = Mi = \frac{\mu_0 i 2\sqrt{2}}{\pi L} \times \ell^2$

$$M = \frac{2\sqrt{2}\mu_0\ell^2}{\pi L}$$ **Ans.**

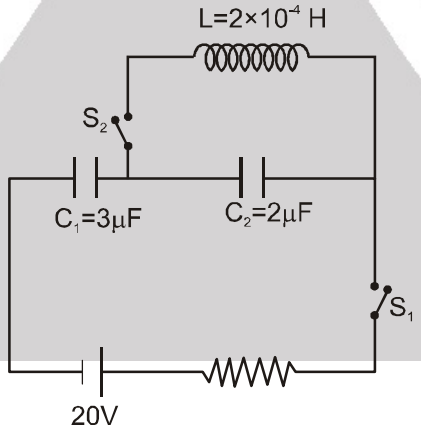
Section (K) : LC Oscillations
खण्ड (K) : LC दोलन

K-1. An LC circuit contains a 20 mH inductor and a 50μF capacitor with an initial charge of 10 mC. The resistance of the circuit is negligible. Let the instant the circuit is closed be t = 0.
(a) What is the total energy stored initially? Is it conserved during LC oscillations?
(b) What is the natural frequency of the circuit?
(c) At what time is the energy stored
(i) Completely electric (i.e., stored in the capacitor)? (ii) Completely magnetic (i.e., stored in the inductor)?
(d) At what times is the total energy shared equally between the inductor and the capacitor?
किसी LC परिपथ में 20 mH का एक प्रेरक तथा 50μF का एक संधारित्र है जिस पर प्रारम्भिक आवेश 10 mC हैं। परिपथ का प्रतिरोध नगण्य है। मान लीजिए कि वह क्षण जिस पर परिपथ बंद किया जाता है t = 0 है।
(a) प्रारम्भ में कुल कितनी ऊर्जा संचित है ? क्या यह LC दोलनों की अवधि में संरक्षित है ?
(b) परिपथ की कुल आवृत्ति क्या है ?
(c) किस समय पर संचित ऊर्जा
(i) पूरी तरह से वैद्युत है (अर्थात् वह संधारित्र में संचित है) ? (ii) पूरी तरह से चुम्बकीय है (अर्थात् प्रेरक में संचित है) ?
(d) किन समयों पर संपूर्ण ऊर्जा प्रेरक एवं संधारित्र के मध्य समान रूप से विभाजित है?

Ans. (a) 1.0 J. Yes, sum of the energies stored in L and C is conserved if R = 0.
(b) $\omega = 10^3$ rads^{-1}, $\nu = 159$ Hz
(c) $q = q_0 \cos \omega t$
(i) Energy stored is completely electrical at $t = 0, \frac{T}{2}, T, \frac{3T}{2}, ...$
(ii) Energy stored is completely magnetic (i.e., electrical energy is zero) at $t = \frac{T}{4}, \frac{3T}{4}, \frac{5T}{4}.....$, where
$T = \frac{1}{\nu} = 6.3 ms$
(d) At $t = \frac{T}{8}, \frac{3T}{8}, \frac{5T}{8}, ...,$ because $q = q_0 \cos \omega t = \frac{q_0}{\sqrt{2}}$ (when energy shared equally between the inductor and the capacitor).

Ans. (a) 1.0J हाँ, L तथा C में संचित ऊर्जा संरक्षित रहेगी यदि R = 0.
(b) $\omega = 10^3$ rads^{-1}, $\nu = 159$ Hz
(c) $q = q_0 \cos \omega t$
(i) $t = 0, \frac{T}{2}, T, \frac{3T}{2}, ...$ पर संचित ऊर्जा विद्युत क्षेत्र में होगी।
(ii) $t = \frac{T}{4}, \frac{3T}{4}, \frac{5T}{4}.....$, जहाँ $T = \frac{1}{\nu} = 6.3 ms$, पर संचित ऊर्जा चुम्बकीय क्षेत्र के रूप में होगी अर्थात् विद्युत क्षेत्र में शून्य होगी
(d) $t = \frac{T}{8}, \frac{3T}{8}, \frac{5T}{8}, ...,$ पर $q = q_0 \cos \omega t = \frac{q_0}{\sqrt{2}}$ (जब प्रेरकत्व तथा संधारित्र में संचित ऊर्जा बराबर है।)

K-2. The circuit shown in figure is in the steady state with switch S_1 closed. At t = 0, S_1 is opened and switch S_2 is closed.
चित्र में निर्दिष्ट परिपथ में स्थाई अवस्था में कुंजि S_1 बन्द है। t = 0, पर S_1 को खोला जाता है व S_2 को बन्द किया जाता है।



Find the first instant t, when energy in inductor becomes one third of that in capacitor
प्रथम समय t ज्ञात करो, जब कुण्डली में ऊर्जा संधारित्र की ऊर्जा की एक तिहाई रह जाए।

Ans. $\frac{\pi \times 10^{-5}}{3}$ sec.

Sol. In a LC circuit, total energy remains always conserved.
LC परिपथ में कुल ऊर्जा हमेशा संरक्षित रहती है।

$\therefore$ Electrical energy stored in capacitor + Magnetic stored in inductor = $\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C_2}$

संधारित्र में संग्रहित वैद्युत ऊर्जा + प्रेरण कुण्डली में संग्रहित चुम्बकीय ऊर्जा = $\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C_2}$

$\Rightarrow \quad U_E + U_B = \frac{Q_0^2}{2C_2}$

At the time समय $t = t_1$ पर, $U_B = \frac{1}{3} U_E \quad \Rightarrow \quad U_E = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C_2}\right)$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_2} = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C_2}\right)$

$\Rightarrow \quad Q = \frac{\sqrt{3}}{2} Q_0 \quad \Rightarrow \quad Q_0 \cos\omega t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} Q_0$

$\Rightarrow \quad \omega t_1 = \frac{\pi}{6} \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{\pi}{6\omega} = 1.05 \times 10^{-5} = 10.5\ \mu S$

K-3.# A radio can tune over the frequency range of a portion of MW broadcast band: (800 kHz to 1200 kHz). If its LC circuit has an effective inductance of 200 μH, what must be the range of its variable capacitor?
एक रेडियो को MW प्रसारण बैंड़ के एक खंड़ के आवृत्ति परास के एक ओर से दूसरी ओर (800 kHz से 1200 kHz) तक समस्वरित किया जा सकता है। यदि इसके LC परिपथ का प्रभावकारी प्रेरकत्व 200 μH हो तो उसके परिवर्ती संधारित्र की परास कितनी होनी चाहिए ?

Ans. 88 pF to 198 pF

Sol. $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$, i.e. $C = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 L}$

For L = 200 μH के लिए, μ = 1200 kHz, C = 87.9 pF.

For L = 200 μH के लिए, μ = 800 kHz, C = 197.8 pF.

The variable capacitor should have a range of about 88 pF to 198 pF.

संधारित्र के लिए परिवर्ती धारिता की परास 88 pF से 198 pF तक है।

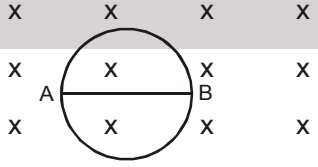
PART - II : ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE

भाग - II : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

Section (A) : Flux and Faraday's laws of electromagnetic induction

खण्ड (A) : फ्लक्स तथा फैराडे के विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के नियम

A-1.# The radius of the circular conducting loop shown in figure is R. Magnetic field is decreasing at a constant rate α. Resistance per unit length of the loop is ρ. Then current in wire AB is (AB is one of the diameters)
चित्र में R त्रिज्या की वृत्ताकार चालक वलय प्रदर्शित है। चुम्बकीय क्षेत्र नियत दर α से घट रहा है। लूप की एकांक लम्बाई का प्रतिरोध ρ है तो AB (AB वलय का व्यास है) तार में धारा होगी –

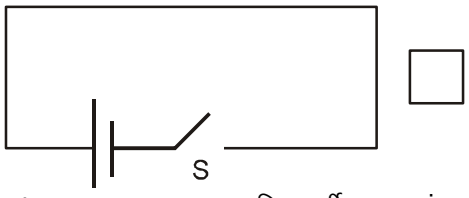


(A) $\frac{R\alpha}{2\rho}$ from A to B (B) $\frac{R\alpha}{2\rho}$ from B to A (C) $\frac{2R\alpha}{\rho}$ from A to B (D*) Zero

(A) $\frac{R\alpha}{2\rho}$ A से B (B) $\frac{R\alpha}{2\rho}$ B से A (C) $\frac{2R\alpha}{\rho}$ A से B (D*) शून्य

Sol. The induced current in upper semicircular and lower semicircular will cancel each other in diameter (AB).
उपरी अर्द्धवृत्त व निचले अर्द्धवृत्त में व्यास (AB) के अनुदिश प्रेरित धारा एक दूसरे को निरस्त करेगी।

A-2. **#** Consider the conducting square loop shown in fig. If the switch is closed and after some time it is opened again, the closed loop will show.
चित्र में प्रदर्शित चालक वर्गाकार लूप पर विचार कीजिए। यदि स्विच बंद किया जाता है और कुछ समय पश्चात् इसको पुनः खोल दिया जाता है, बंद लूप प्रदर्शित करेगा –



(A) a clockwise current-pulse एक दक्षिणावर्ती धारा स्पंद
(B) an anticlockwise current-pulse एक वामावर्ती धारा स्पंद
(C) an anticlockwise current-pulse and then a clockwise current-pulse
एक वामावर्ती धारा स्पंद और फिर एक दक्षिणावर्ती धारा स्पंद।
(D*) a clockwise current-pulse and then an anticlockwise current-pulse
एक दक्षिणावर्ती धारा स्पंद और फिर एक वामावर्ती धारा स्पंद।

Sol. The direction of current in the loop such that it opposes the the change in magnetic flux in it.
हल. लूप में प्रेरित धारा इस प्रकार होती है कि यह इसके चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन का विरोध करती हैं।

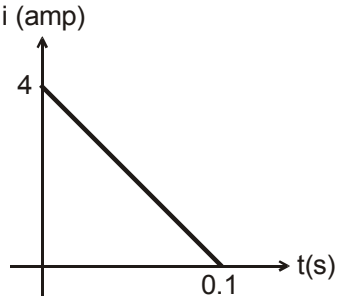
A-3. Solve the previous question if the square loop is completely enclosed in the circuit containing the switch.
पिछले प्रश्न को हल कीजिए, यदि वर्गाकार लूप पूर्णतया स्विच वाले परिपथ के अन्दर परिबद्ध है।
(A) a clockwise current-pulse एक दक्षिणावर्ती धारा स्पंद
(B) an anticlockwise current-pulse एक वामावर्ती धारा स्पंद
(C*) an anticlockwise current-pulse and then a clockwise current-pulse
एक वामावर्ती धारा स्पंद और फिर एक दक्षिणावर्ती धारा स्पंद।
(D) a clockwise current-pulse and then an anticlockwise current-pulse
एक दक्षिणावर्ती धारा स्पंद और फिर एक वामावर्ती धारा स्पंद।

Sol. The direction of current in the loop such that it opposes the the change in magnetic flux in it.
हल. लूप में प्रेरित धारा इस प्रकार होती है कि यह इसके चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन का विरोध करती हैं।

A-4. A small, circular loop of wire is placed inside a long solenoid carrying a current. The plane of the loop contains the axis of the solenoid. If the current in the solenoid is varied, the current induced in the loop is -
तार का एक छोटा वृत्ताकार चालक लूप, एक लम्बी धारावाही परिनालिका में रखा हुआ है। लूप के तल में परिनालिका की अक्ष स्थित है। यदि परिनालिका में धारा परिवर्तित की जाये तो लूप में प्रेरित धारा होगी –
(A) anticlockwise (B) clockwise (C*) zero
(D) clockwise or anticlockwise depending on whether the resistance in increased or decreased.
(A) वामावर्ती (B) दक्षिणावर्त (C*) शून्य
(D) दक्षिणवर्ती होगी या वामावर्ती होगी यह इस पर निर्भर करेगा कि प्रतिरोध बढ़ाया जाता है या कम किया जाता है।

Sol. Since the magnetic flux in the loop is zero hence the current induced in it is zero.
हल. चूंकि लूप में चुम्बकीय फ्लक्स, शून्य है अतः प्रेरित धारा भी शून्य हैं।

A-5. **#** Some magnetic flux is changed in a coil of resistance 10 ohm. As a result an induced current is developed in it, which varies with time as shown in figure. The magnitude of change in flux through the coil in Webers is (Neglect self inductance of the coil)
10 ohm प्रतिरोध की एक कुण्डली से कुछ चुम्बकीय फ्लक्स परिवर्तित होता है। जिसके परिणामरूवरूप इसमें विद्युत धारा प्रेरित होती है जो समय के साथ चित्रानुसार परिवर्तित होती है तो कुण्डली से फ्लक्स में परिवर्तन का परिमाण वेबर में होगा (कुण्डली के स्वप्रेरकत्व को नगण्य मानें) –

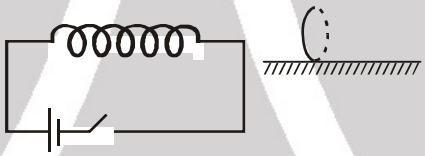


(A*) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

Sol. $q = \frac{\Delta\phi}{R}$ $\therefore$ $\Delta\phi = qR$ = area of it graph आरेख का क्षेत्रफल × R

Section (B) : Lenz's Law
खण्ड (B) : लेन्ज का नियम

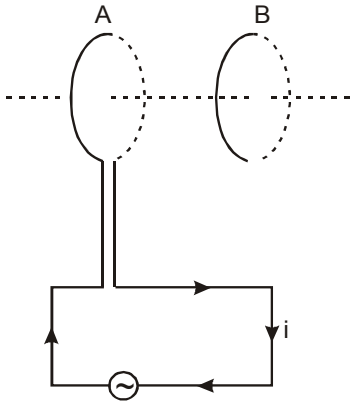
B-1. A horizontal solenoid is connected to a battery and a switch (figure). A conducting ring is placed on a frictionless surface, the axis of the ring being along the axis of the solenoid. As the switch is closed, the ring will
एक क्षैतिज परिनलिका एक बैटरी एवं एक स्विच के साथ जुड़ी हुई है (चित्र में)। घर्षण रहित सतह पर एक चालक वलय इस प्रकार रखी हुई है कि वलय की अक्ष, परिनलिका की अक्ष के अनुदिश है। जैसे ही स्विच चालू किया जाता है तो वलय



(A) move towards the solenoid परिनलिका की ओर गति करेगी।
(B) remain stationary स्थिर रहेगी।
(C*) move away from the solenoid परिनलिका से दूर गति करेगी।
(D) move towards the solenoid or away from it depending on which terminal (positive or negative) of the battery is connected to the left end of the solenoid.
परिनालिका की ओर या दूर गति करेगी यह इस पर निर्भर करेगा कि परिनालिका के बांये सिरे से बैटरी का कौनसा टर्मिनल (धनात्मक या ऋणात्मक) जुड़ा हुआ है।

Sol. By moving away from solenoid the ring will resist the changing flux in it.
हल. परिनालिका से दूर जाते हुए वलय इसके फ्लक्स में परिवर्तन का विरोध करेगी।

B-2. Two circular coils A and B are facing each other as shown in figure. The current i through A can be altered
दो वृत्ताकार कुण्डलियाँ A व B चित्रानुसार आमने सामने है। A में धारा i बदली जाये तो –



(A*) there will be repulsion between A and B if i is increased
यदि i बढ़ायी जाये तो A व B के मध्य प्रतिकर्षण होगा।

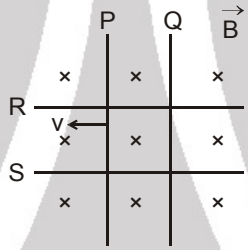
(B) there will be attraction between A and B if i is increased
यदि i बढ़ायी जाये तो A व B के मध्य आकर्षण होगा।

(C) there will be neither attraction nor repulsion when i is changed
जब i बदली जाती है तो न तो आकर्षण होगा न ही प्रतिकर्षण।

(D) attraction or repulsion between A and B depends on the direction of current. It does not depend whether the current is increased or decreased.
A व B के मध्य आकर्षण या प्रतिकर्षण धारा की दिशा पर निर्भर करता है। यह धारा के बढ़ने या घटने पर निर्भर नहीं करता।

Sol. The repulsion is to resist the increasing magnetic flux in coil B.
कुण्डली B में बढ़ते हुए चुम्बकीय फ्लक्स का विरोध करने के लिए प्रतिकर्षण होता हैं।

B-3. Two identical conductors P and Q are placed on two frictionless fixed conducting rails R and S in a uniform magnetic field directed into the plane. If P is moved in the direction shown in figure with a constant speed, then rod Q
दो एक जैसे चालक P व Q दो घर्षण रहित स्थिर धात्विक पटरियों R व S पर तल के अन्दर की ओर निर्देशित एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में रखे है। यदि P चित्र में दर्शायी दिशा में नियत चाल से चलाया जाता है तो छड़ Q



(A*) will be attracted towards P
(B) will be repelled away from P
(C) will remain stationary
(D) may be repelled or attracted towards P
(A*) P की ओर आकर्षित होगी।
(B) P से दूर की ओर प्रतिकर्षित होगी।
(C) स्थिर रहेगी।
(D) P की ओर आकर्षित या प्रतिकर्षित हो सकती है।

Sol. Q will move towards P to resist the increasing magnetic flux in the loop formed due to rails R,S and conductors P,Q.

हल. पटरियों R, S व चालक P, Q के कारण बने लूप में बढ़ते हुए फ्लक्स का प्रतिरोध करने के लिए Q, P की ओर गति करेगा।

B-4. Two identical coaxial circular loops carry a current i each circulating in the same direction. If the loops approach each other
दो एक जैसे समाक्षीय वृत्ताकार लूपों में प्रत्येक में i धारा एक ही दिशा में प्रवाहित है। यदि लूप एक दूसरे की ओर आते है तो–

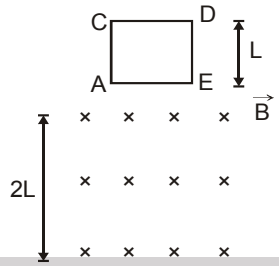
(A*) the current in each loop will decrease — प्रत्येक लूप में धारा घटेगी।
(B) the current in each loop will increase — प्रत्येक लूप में धारा बढ़ेगी।
(C) the current in each loop will remain the same — प्रत्येक लूप में नियत रहेगी।
(D) the current in one loop will increase and in the other loop will decrease
एक लूप में धारा बढ़ेगी और दूसरे लूप में घटेगी।

Sol. The decrease in current in to oppose increasing magnetic flux in the circular loops.

हल. वृत्ताकार लूपों में बढ़ते हुए चुम्बकीय फ्लक्स का विरोध करने के लिए धारा घटेगी।

B-5. A square coil ACDE with its plane vertical is released from rest in a horizontal uniform magnetic field $\vec{B}$ of length 2L. The acceleration of the coil is

एक वर्गाकार कुण्डली ACDE जिसका तल ऊर्ध्वाधर है, 2L दूरी तक फैले एक क्षैतिज समरूप चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में विराम से छोड़ी जाती है। कुण्डली का त्वरण –



(A) less than g for all the time till the loop crosses the magnetic field completely
पूरे समय g से कम रहेगा जब तक कि लूप पूर्ण रूप से चुम्बकीय क्षेत्र को पार न करें।

(B) less than g when it enters the field and greater than g when it comes out of the field
g से कम जब यह क्षेत्र में प्रवेश करती है और g से अधिक जब यह क्षेत्र से बाहर निकलती है।

(C) g all the time पूरे समय g

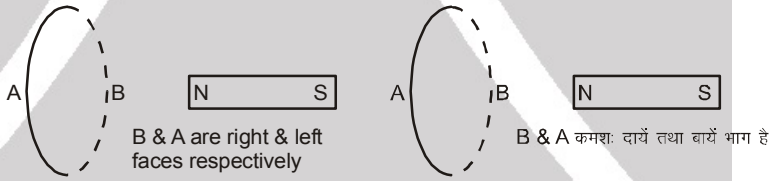
(D*) less than g when it enters and comes out of the field but equal to g when it is within the field
g से कम जब यह क्षेत्र में प्रवेश करती है और बाहर निकलती है। परन्तु g के समान जब यह क्षेत्र के अन्दर है।

Sol. When the coil is entering and coming out of the field the magnetic flux in it is changing but when it is within the field the magnetic flux in it is constant.

हल. जब कुण्डली क्षेत्र में प्रवेश कर रही है व क्षेत्र से बाहर निकल रही है इसमें चुम्बकीय फ्लक्स बदल रहा है परन्तु जब यह क्षेत्र के अन्दर है इसमें चुम्बकीय फ्लक्स नियत हैं।

B-6. In the figure shown, the magnet is pushed towards the fixed ring along the axis of the ring and it passes through the ring.

चित्रानुसार एक चुम्बक को जड़वत् वलय की अक्ष के अनुदिश वलय की तरफ धक्का दिया जाता है तथा यह वलय से गुजरती है



(A) when magnet goes towards the ring the face B becomes south pole and the face A becomes north pole
जब चुम्बक वलय की तरफ गतिमान होती है इसका B फलक दक्षिण ध्रुव की तरह तथा A फलक उत्तर ध्रुव की तरह कार्य करता है।

(B) when magnet goes away from the ring the face B becomes north pole and the face A becomes south pole
जब चुम्बक वलय से दूर जाती है तो B फलक उत्तर ध्रुव तथा A फलक दक्षिण ध्रुव की तरह कार्य करता है।

(C*) when magnet goes away from the ring the face A becomes north pole and the face B becomes south pole
जब चुम्बक वलय से दूर जाती है फलक A उत्तर ध्रुव तथा फलक B दक्षिण ध्रुव की तरह कार्य करता है।

(D) the face A will always be a north pole. फलक A हमेशा उत्तरी ध्रुव की तरह कार्य करता है।

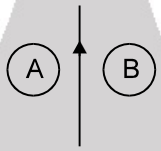
Sol. When the magnetic goes away from the ring the flux in the ring decreases hence the induced current will be such that it opposes the decreasing flux in it hence ring will behave like a magnet having face A as north pole and face B as south pole.

हल. जब चुम्बक वलय से दूर जाती है तो वलय में फ्लक्स घटता है अतः प्रेरित धारा इस प्रकार होगी कि यह घटते हुए फ्लक्स का विरोध करे अतः वलय एक चुम्बक की तरह व्यवहार करेगी जिसका फलक A उत्तरी ध्रुव व फलक B दक्षिणी ध्रुव हैं।

B-7. A metallic ring with a small cut is held horizontally and a magnet is allowed to fall vertically through the ring then the acceleration of the magnet is :
क्षैतिज धरातल में रखी एक धात्विक वलय एक जगह से थोड़ी सी कटी हुई है। एक चुम्बक, वलय से होकर उर्ध्वाधर गिरती है तो चुम्बक का त्वरण –
(A*) always equal to g
हमेशा g के समान होगा।
(B) initially less than g but greater than g once it passes through the ring
प्रारम्भ में g से कम परन्तु वलय से गुजरने के पश्चात् g से अधिक
(C) initially greater than g but less than g once it passes through the ring
प्रारम्भ में g से ज्यादा परन्तु वलय से गुजरने के पश्चात् g से कम
(D) always less than g हमेशा g से कम

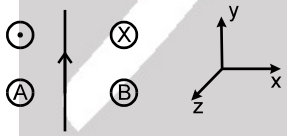
Sol. Since, the ring is not continuous (due to the cut) there will be no current flowing in it. Now, as there is no current hence no force acts on the magnet due to the ring, other than gravity.
Hence (A)
चूंकि यहाँ वलय पूरी नहीं (कटी होने के कारण) है, इसलिए इसमें धारा प्रवाहित नहीं होगी। अब, जैसा कि यहाँ कोई धारा नहीं है तो वलय के कारण चुम्बक पर कोई बल कार्यरत नहीं होगा। चुम्बक पर केवल गुरूत्वीय बल होगा।
अतः (A)

B-8. A and B are two metallic rings placed at opposite sides of an infinitely long straight conducting wire as shown. If current in the wire is slowly decreased, the direction of induced current will be :
A तथा B दो धात्विक वलय हैं जो कि अनन्त लम्बे धारावाही तार के दोनों तरफ चित्रानुसार रखी है। अगर तार में विद्युत धारा का मान धीरे–धीरे कम किया जाए तो प्रेरित धारा की दिशा होगी –

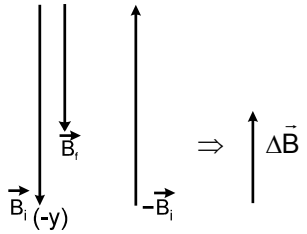


(A) clockwise in A and anticlockwise in B
(B*) anticlockwise in A and clockwise in B
(C) clockwise in both A and B
(D) anticlockwise in both A & B
(A) A में दक्षिणावर्त B में वामावर्त
(B*) A में वामावर्त B में दक्षिणावर्त
(C) A तथा B दोनों में दक्षिणावर्त
(D) A तथा B दोनों में वामावर्त

Sol. The field at A and B are out of the paper and inside the paper respectively.
क्षेत्र A और B क्रमशः कागज के बाहर और अन्दर है।



As the current in the straight wire decreases the field also decreases.
जैसे ही रेखीय तार में धारा कम होती है,चुम्बकीय क्षेत्र भी कम होता है
For B : B के लिए



The change in the magnetic field which causes induced current $(\Delta\vec{B})$ is along (+)z direction.
प्रेरित धारा उत्पन्न करने वाले चुम्बकीय क्षेत्र में परिवर्तन $(\Delta\vec{B})$, (+)z दिशा में होगा
Hence, induced emf and hence current should be such as to oppose this change $\Delta\vec{B}$.
अतः प्रेरित धारा और प्रेरित वि.वा.ब. इस प्रकार होंगे कि $\Delta\vec{B}$ में परिवर्तन का विरोध करना चाहिए।

Hence, induced emf should be along – z direction which results in a clockwise current in 'B'. Similarly, there will be anticlockwise current in 'A'. Hence (B).
अतः, प्रेरित वि.वा.ब. – z दिशा में होना चाहिए। जो कि B में दक्षिणावर्त धारा उत्पन्न करता है।
इसी प्रकार 'A' में वामावर्त धारा उत्पन्न होगी इसलिए (B).

Section (C) : induced EMF in a moving rod in uniform magnetic field
खण्ड (C) : एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान छड़ में प्रेरित वि०वा०बल

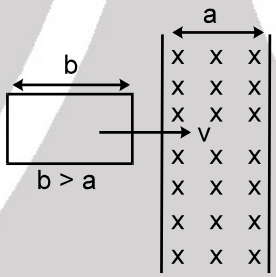
C-1. A wire of length ℓ is moved with a constant velocity $\vec{\upsilon}$ in a magnetic field. A potential difference appears across the two ends
लम्बाई ℓ का एक तार चुम्बकीय क्षेत्र में नियत वेग υ से गतिशील है। इसके सिरों के मध्य विभवान्तर उत्पन्न होगा।

(A) if $\vec{\upsilon} || \vec{\ell}$ (B) if $\vec{\upsilon} || \vec{B}$ (C) if $\vec{\ell} || \vec{B}$ (D*) none of these
(A) यदि $\vec{\upsilon} || \vec{\ell}$ है। (B) यदि $\vec{\upsilon} || \vec{B}$ है। (C) यदि $\vec{\ell} || \vec{B}$ है। (D*) इनमें से कोई नहीं।

Sol. If $\vec{\upsilon} || \vec{\ell}$ or $\vec{\upsilon} || \vec{B}$ or $\vec{\ell} || \vec{B}$ then $\frac{d\phi}{dt}$ is zero. Hence potential difference is zero.

हल. यदि $\vec{\upsilon} || \vec{\ell}$ या $\vec{\upsilon} || \vec{B}$ या $\vec{\ell} || \vec{B}$ तो $\frac{d\phi}{dt}$ शून्य है। अतः विभवान्तर शून्य हैं।

C-2.# In the given arrangement, the loop is moved with constant velocity v in a uniform magnetic field B in a restricted region of width a. The time for which the emf is induced in the circuit is:
दी गई व्यवस्था में, नियत चाल v से एक लूप को सीमित चौड़ाई 'a' वाले एक समान चुम्बकीय क्षेत्र B से गुजारते है। वह समय, जिसमें परिपथ में वि०वा० बल प्रेरित होगा वह है :



(A) $\frac{2b}{v}$ (B*) $\frac{2a}{v}$ (C) $\frac{(a+b)}{v}$ (D) $\frac{2(a-b)}{v}$

Sol. When the loop enters the magnetic field the magnetic flux in it changes till it covers a distance 'a'. Hence the EMF induced in the surface after that flux in it remains constant till its back portion has not entered in magnetic field. No emf is induced during this time.when it is out of magnetic field the magnetic flux in it decreases. EMF is again induced in the circuit hence total time for which emf is induced is $\frac{2a}{v}$.

हल. जब लूप चुम्बकीय क्षेत्र में प्रवेश करता है तो इसमें चुम्बकीय फ्लक्स तब तक परिवर्तित होता है जब तक यह 'a' दूरी तय नहीं कर लेता। अतः लूप में वि.वा.बल प्रेरित होता है फिर इसमें फ्लक्स तब तक नियत रहता है जब तक कि इसका पिछला भाग चुम्बकीय क्षेत्र में प्रवेश नहीं कर लेता। इस दौरान कोई वि.वा.बल प्रेरित नहीं होता। जब यह लूप चुम्बकीय क्षेत्र से बाहर निकलता है इसमें चुम्बकीय फलक्स कम होता है, और परिपथ में पुनः वि.वा.बल प्रेरित होता है अतः वि.वा.बल के प्रेरित होने वाला कुल समय $\frac{2a}{v}$ हैं।

C-3. A uniform magnetic field exists in region given by $\vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$. A rod of length 5 m is placed along y- axis is moved along x-axis with constant speed 1 m/sec. Then induced e.m.f. in the rod will be:
किसी स्थान में एक समान चुम्बकीय क्षेत्र को, $\vec{B} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ द्वारा प्रदर्शित करते हैं। y-अक्ष के अनुदिश रखी 5 मी. लम्बी छड़ को x-दिशा में 1 मी./से. की नियत चाल से गतिमान करते हैं। तो छड़ पर प्रेरित वि.वा.ब. का मान है–
(A) zero शून्य (B*) 25 v (C) 20 v (D) 15 v

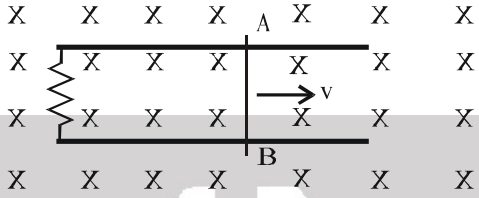
Sol. $\varepsilon = \vec{B}.(\vec{V} \times \vec{\ell})$

$= (3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}).[1\hat{i} \times 5\hat{j}]$

$\varepsilon = 25$ volt.

C-4.# The resistanceless wire AB (in figure) is slid on the fixed rails with a constant velocity. If the wire AB is replaced by a resistanceless semicircular wire, the magnitude of the induced current will

चित्र में प्रतिरोधहीन तार AB स्थिर पटरियों पर नियत वेग से फिसल रहा है। यदि तार AB को प्रतिरोधहीन अर्द्धवृत्ताकार तार से प्रतिस्थापित कर दिया जाये तो प्रेरित धारा का परिमाण –



(A) decrease

(B*) remain the same

(C) increase

(D) increase or decrease depending on whether the semicircle bulges towards the resistance or away from it.

(A) घटेगा।

(B*) वही रहेगा।

(C) बढ़ेगा।

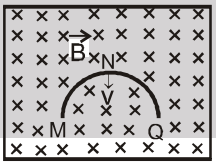
(D) कम होगा या बढ़ेगा यह इस पर निर्भर करेगा कि अर्द्धवृत्त का उभार प्रतिरोध की ओर है या इससे परे है।

Sol. Since $\frac{d\phi}{dt}$ is same in both cases hence the induced emd thus induced current will also be same in both cases.

चूंकि $\frac{d\phi}{dt}$ दोनों स्थितियों में समान है अतः प्रेरित वि. वा. बल व प्रेरित धारा भी दोनों स्थितियों में समान होगी।

C-5.# A thin semicircular conducting ring of radius R is falling with its plane vertical in a horizontal magnetic induction $\vec{B}$. At the position MNQ the speed of the ring is v then the potential difference developed across the ring is:

R त्रिज्या का एक पतला अर्द्धवृत्ताकार चालक छल्ला, अपने ऊर्ध्व तल के साथ क्षैतिज चुम्बकीय प्रेरण $\vec{B}$ में गिर रहा है। (चित्र) स्थिति MNQ में छल्ले की चाल v है तब छल्ले के बीच उत्पन्न विभवान्तर है :



(A) zero

(B) $\frac{Bv\pi R^2}{2}$ and M is at higher potential

(C) π RBV and Q is at higher potential

(D*) 2 RBV and Q is at higher potential.

(A) शून्य

(B) $\frac{Bv\pi R^2}{2}$ तथा M उच्च विभव पर है।

(C) π RBV तथा Q उच्च विभव पर है।

(D*) 2 RBV तथा Q उच्च विभव पर है।

Sol. Induced motional emf in MNQ is equivalent to the motional emf in an imaginary wire MQ i.e.,

$e_{MNQ} = e_{MQ} = Bv\ell = Bv\,(2R)$ $[\ell = MQ = 2\,R]$

Therefore, potential difference developed across the ring is 2RBv with Q at higher potential.

Sol. MNQ में प्रेरित गतिकिय वि.वा.बल काल्पनिक MQ तार में प्रेरित गतिकिय वि.वा.बल के तुल्य होगा ,

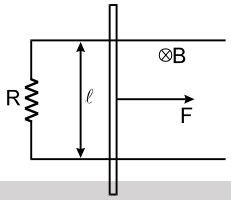
$e_{MNQ} = e_{MQ} = Bv\ell = Bv\,(2R)$ $[\ell = MQ = 2\,R]$

इसलिए, वलय में उत्पन्न विभवान्तर 2RBv है व Q पर उच्च विभव है।

Section (D) : Circuit Problems with dynamics

खण्ड (D) : गतिकी वाले परिपथ से सम्बन्धित प्रश्न

D-1.# A constant force F is being applied on a rod of length 'ℓ' kept at rest on two parallel conducting rails connected at ends by resistance R in uniform magnetic field B as shown.
एक सिरों से प्रतिरोध R द्वारा जुड़ी समान्तर चालक पटरियों पर स्थिरावस्था में रखी ℓ लम्बाई की छड़ पर नियत बल F चित्रानुसार आरोपित किया जाता है। सम्पूर्ण निकाय समरूप चुम्बकीय क्षेत्र B में स्थित है।

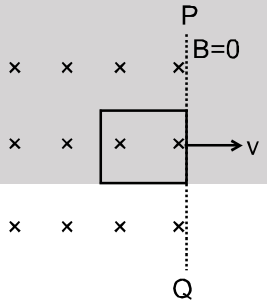


(A) the power delivered by force will be constant with time
बल द्वारा प्रदान की गई शक्ति समय के साथ नियत होगी।
(B) the power delivered by force will be increasing first and then it will decrease
बल द्वारा प्रदान की गई शक्ति पहले बढ़ेगी तत्पश्चात् यह घटेगी।
(C) the rate of power delivered by the external force will be increasing continuously
बाह्य बल द्वारा प्रदान की गई शक्ति की दर लगातार बढ़ेगी।
(D*) the rate of power delivered by external force will be decreasing continuously before becoming zero.
बाह्य बल द्वारा प्रदान की गई शक्ति की दर शून्य होने तक लगातार घटेगी।

Sol. Force acting on the rod because of the induced current due to change in magnetic flux will try to oppose the motion of rod. Hence the acceleration of the rod will decrease with time $\frac{dP}{dt} = F\frac{dv}{dt}$ = F × a. Thus, rate of power delivered by external force will be decreasing continuously.

हल. छड़ पर बल कार्यरत है क्योंकि चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन के कारण प्रेरित धारा छड़ की गति का विरोध करेगी। अतः छड़ का त्वरण समय के साथ घटेगा। $\frac{dP}{dt} = F\frac{dv}{dt}$ = F × a इस प्रकार बाह्य बल द्वारा प्रदत्त शक्ति की दर लगातार घटेगी।

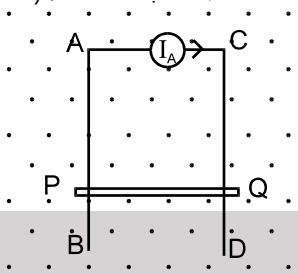
D-2.# Figure shows a square loop of side 1 m and resistance 1 Ω. The magnetic field on left side of line PQ has a magnitude B = 1.0T. The work done in pulling the loop out of the field uniformly in 1 s is
चित्र में 1 m भुजा व 1 Ω प्रतिरोध का वर्गाकार लूप प्रदर्शित है। रेखा PQ के बांयी ओर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण B = 1.0T है। 1 s में लूप को क्षेत्र से एक समान चाल से बाहर निकालने में किया गया कार्य है –



(A*) 1 J (B) 10 J (C) 0.1 J (D) 100 J

Sol. W = (L)F
= L × ILB
= L × $\frac{L^2B^2V}{R}$ = 1 J

D-3.# AB and CD are fixed conducting smooth rails placed in a vertical plane and joined by a constant current source at its upper end. PQ is a conducting rod which is free to slide on the rails. A horizontal uniform magnetic field exists in space as shown. If the rod PQ is released from rest then,
AB तथा CD स्थिर चिकनी चालक पटरियाँ है, जो कि ऊर्ध्व तल में रखी है तथा इनके ऊपरी सिरों को नियत धारा स्त्रोत से जोड़ा गया है। PQ एक सुचालक छड़ है जो कि पटरियों पर फिसलने के लिए स्वतन्त्र है। एक क्षैतिज नियत चुम्बकीय क्षेत्र चित्रानुसार अस्तित्व में है (इस स्थान पर)। अगर छड़ PQ को विरामावस्था से छोड़ा जाए तो –

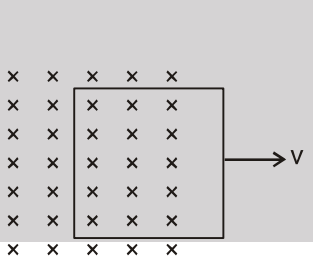


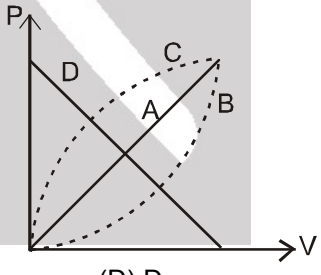
(A) The rod PQ may move downward with constant acceleration
(B) The rod PQ may move upward with constant acceleration
(C) The rod will move downward with decreasing acceleration and finally acquire a constant velocity
(D*) either A or B.
(A) छड़ PQ नियत त्वरण से नीचे गति कर सकती है।
(B) छड़ PQ नियत त्वरण से ऊपर गति कर सकती है।
(C) छड़ नीचे की ओर मन्दित त्वरण से गति करेगी तथा अन्त में एक नियत वेग प्राप्त करती है।
(D*) या तो A या B।

Sol. It the magnitude of I_A is very large such that force due to magnetic field on PQ exceeds its weight then it will move upwards otherwise it will move downwards.

हल. यदि I_A का परिमाण बहुत अधिक है ताकि PQ पर चुम्बकीय क्षेत्र के कारण बल इसके भार से अधिक हो तो यह ऊपर की ओर गति करेगी अन्यथा यह नीचे की ओर गति करेगी।

D-4.# Fig. shows a conducting loop being pulled out of a magnetic field with a constant speed v. Which of the four plots shown in fig. may represent the power delivered by the pulling agent as a function of the constant speed v.
चित्रानुसार एक चालक लूप चुम्बकीय क्षेत्र में नियत चाल v से बाहर आ रहा है। जब खींचने वाले बाह्य कारक द्वारा दी गई शक्ति नियत चाल v का फलन हो तो दिये गये चारों वक्रों में से इस सम्बन्ध को कौन सा वक्र प्रदर्शित करेगा।



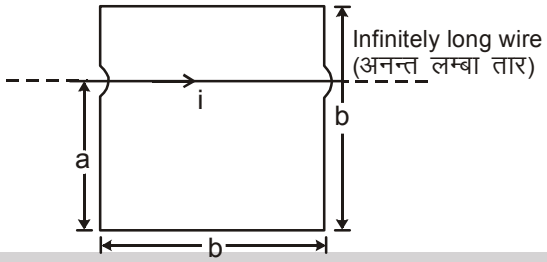


(A) A (B*) B (C) C (D) D

Sol. $P = F.V = Bi\ell V = B\left(\frac{Bv\ell}{R}\right)\ell V,\ P \propto V^2$

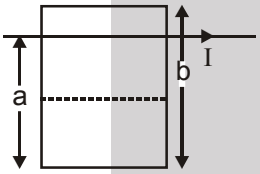
Section (E) : EMF Induced in a rod or loop in nonuniform magnetic field
खण्ड (E) : असमरूप चुम्बकीय क्षेत्र में एक छड़ या लूप में प्रेरित वि०वा०बल

E-1. # For the situation shown in the figure, flux through the square loop is :
चित्र में दी गई स्थिति के लिए वर्गाकार लूप (घेरे) से गुजरने वाला फ्लक्स होगा।

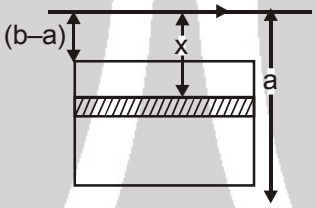


(A) $\left(\frac{\mu_0 ia}{2\pi}\right)\ell n\left(\frac{a}{2a-b}\right)$ (B) $\left(\frac{\mu_0 ib}{2\pi}\right)\ell n\left(\frac{a}{2b-a}\right)$ (C*) $\left(\frac{\mu_0 ib}{2\pi}\right)\ell n\left(\frac{a}{b-a}\right)$ (D) $\left(\frac{\mu_0 ia}{2\pi}\right)\ell n\left(\frac{2a}{b-a}\right)$

Sol.



$\Rightarrow$

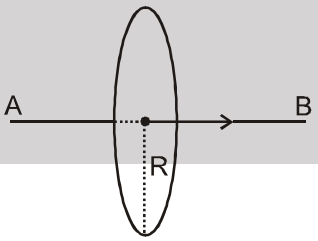


$$\int d\phi = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi x}(bdx)$$

$$\phi = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\int_{(b-a)}^{a}\frac{dx}{x}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\ell n\left(\frac{a}{b-a}\right).$$

E-2.# A long conductor AB lies along the axis of a circular loop of radius R. If the current in the conductor AB varies at the rate of I ampere/second, then the induced emf in the loop is
एक लम्बा चालक तार AB, R त्रिज्या के वृत्ताकार लूप की अक्ष के अनुदिश रखा है। यदि चालक AB में धारा I ऐम्पियर/सैकण्ड की दर से बदलती है तो लूप में प्रेरित वि.बा.बल है।



(A) $\frac{\mu_0 IR}{2}$ (B) $\frac{\mu_0 IR}{4}$ (C) $\frac{\mu_0 \pi IR}{2}$ (D*) zero (शून्य)

Sol. Since magnetic field lines around the wire AB are circular, therefore magnetic flux through the circular loop will be zero, hence induced emf in the loop will be zero.

हल. चूंकि तार AB के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र की बल रेखाऐं वृत्ताकार है, इसलिए वृत्ताकार लूप से पारित चुम्बकीय फ्लक्स शून्य होगा, अतः लूप में प्रेरित वि.वा.बल शून्य होगा।

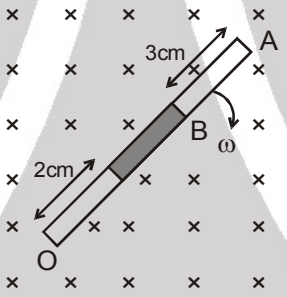
Section (F) : Induced emf in a rod, Ring, Disc rotating in a uniform magnetic field
खण्ड (F) : एक समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में घूम रही छड़, वलय व चकती में प्रेरित वि०वा०बल

F-1. A conducting rod of length ℓ rotates with a uniform angular velocity ω about its perpendicular bisector. A uniform magnetic field B exists parallel to the axis of rotation. The potential difference between the two ends of the rod is
ℓ लम्बाई की एक चालक छड़ नियत कोणीय वेग ω से इसके लम्बसमद्विभाजक के परितः घूर्णन कर रही है। घूर्णन अक्ष के समान्तर समरूप चुम्बकीय क्षेत्र B विद्यमान है। छड़ के दोनों सिरों के बीच विभवान्तर होगा।

(A) $2B\omega\ell^2$ (B) $\frac{1}{2}\omega B\ell^2$ (C) $B\omega\ell^2$ (D*) zero शून्य

Sol. Since there is no magnetic flux change due to rotation of rod hence the potential difference between two ends of the rod is zero.
चूंकि छड़ के घूर्णन के कारण चुम्बकीय फ्लक्स में कोई परिवर्तन नही हैं अतः छड़ के दोनों सिरो के मध्य विभवान्तर शून्य है।

F-2.# A rod of length 10 cm made up of conducting and non-conducting material (shaded part is non-conducting). The rod is rotated with constant angular velocity 10 rad/sec about point O, in constant and uniform magnetic field of 2 Tesla as shown in the figure. The induced emf between the point A and B of rod will be
10 cm लम्बी छड़, चालक तथा अचालक पदार्थो से बनाई जाती है (छायांकित भाग अचालक है)। छड़ O बिन्दु के परितः नियत कोणीय वेग 10 rad/sec से एकसमान नियत चुम्बकीय क्षेत्र 2 टेसला में चित्रानुसार घूर्णन कर रही है। छड़ के A व B बिन्दुओं के बीच प्रेरित विभवान्तर होगा।

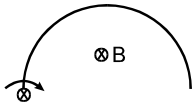


(A) 0.029 v (B) 0.1 v (C*) 0.051 v (D) 0.064 v

Sol. $\varepsilon = \int_{7cm}^{10cm} B(\omega x)dx = B\omega\left[\frac{x^2}{2}\right]_{7cm}^{10cm}$

$= \frac{2\times10}{2} \times (100 - 49) \times 10^{-4} = 10^{-3} \times 51 = 0.051$ volt.

F-3.# A semicircular wire of radius R is rotated with constant angular velocity ω about an axis passing through one end and perpendicular to the plane of the wire. There is a uniform magnetic field of strength B. The induced e.m.f. between the ends is:
R त्रिज्या का अर्द्धवृत्तीय तार इसके एक सिरे से पारित तथा तार के तल के लम्बवत् अक्ष के परितः नियत कोणीय वेग ω से चित्रानुसार घूर्णन कर रहा है। यहाँ समरूप चुम्बकीय क्षेत्र B विद्यमान है। सिरों के मध्य प्रेरित वि०वा०बल है।



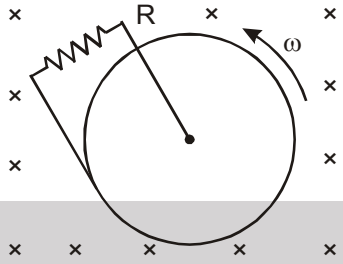
(A) B $\omega R^2/2$ (B*) 2 B ωR^2 (C) is variable (D) none of these
(A) B $\omega R^2/2$ (B*) 2 B ωR^2 (C) परिवर्ती (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. $\mathbf{2B\omega R^2}$

Sol. Here effective length is 2R यहाँ प्रभावी लंबाई 2R है

$\varepsilon = \frac{1}{2}B\omega(2R)^2 = 2B\omega R^2$

**F-4.# ** Figure shows a conducting disc rotating about its axis in a perpendicular uniform and constnat magnetic field B. A resistor of resistance R is connected between the centre and the rim. The radius of the disc is 5.0 cm, angular speed ω = 40 rad/s, B = 0.10 T and R = 1 Ω. The current through the resistor is
लम्बवत् समरूप तथा नियत चुम्बकीय क्षेत्र B में अपनी अक्ष के परितः घूर्णित चालक चकती चित्र में दर्शायी गयी है। केन्द्र एवं परिधि के बीच एक प्रतिरोध R जोड़ा गया है। चकती की त्रिज्या 5.0 cm, कोणीय चाल ω = 40 rad/s, B = 0.10 T और R = 1 Ω है। प्रतिरोध में प्रवाहित धारा होगी।

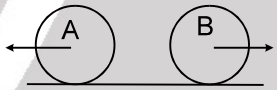


(A*) 5 mA (B) 50 A (C) 5 A (D) 10 mA

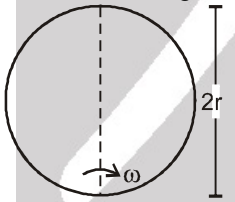
Sol. $I = \dfrac{\frac{1}{2}B\omega L^2}{R} = \dfrac{\frac{1}{2}\times 0.10\times 40\times(5\times10^{-2})^2}{1}$.= 5 mA

F-5.# Two identical conducting rings A & B of radius r are in pure rolling over a horizontal conducting plane with same speed (of center of mass)υ but in opposite direction. A constant magnetic field B is present pointing inside the plane of paper. Then the potential difference between the highest points of the two rings, is :
दो एक समान सुचालक वलय A तथा B जिनकी त्रिज्या r हैं, एक क्षैतिज सुचालक तल में पूर्णतः लोटनी गति कर रही है। उनके द्रव्यमान केन्द्रों की चाल समान υ है तथा विपरीत दिशा में है। एक नियत चुम्बकीय क्षेत्र B कागज के तल के अन्दर की तरफ विद्यमान हैं तो दोनों वलयों के उच्चतम बिन्दुओं के मध्य विभवान्तर है –

(A) zero शून्य (B) 2 Bvr (C*) 4Bvr (D) none of these इनमें से कोई नही



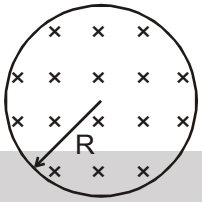
Sol. **Alternate –** Considering rotation of diameter about lowest point :

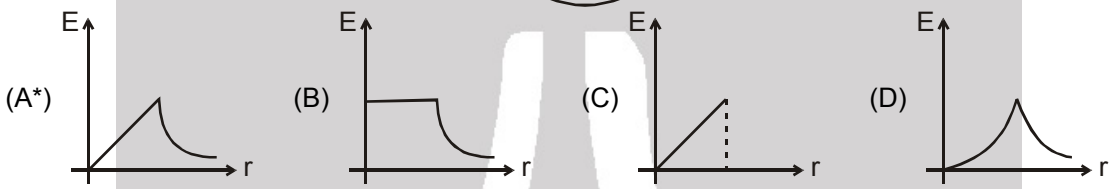


$e = \dfrac{B\omega(2r)^2}{2}$ = 2Bvr at A with respect to plane (since pure rotation).
and e = – 2Bvr at B with respect to plane
So, potential difference between these two points = 4Bvr
Hence (C)
विकल्प – व्यास का घूर्णन निचले बिन्दु के सापेक्ष लेने पर :-
A पर तल के सापेक्ष $e = \dfrac{B\omega(2r)^2}{2}$ = 2Bvr (चूंकि शुद्ध घूर्णन है)
और B पर तल के सापेक्ष e = – 2Bvr
इसलिए इन दोनों बिन्दुओं के मध्य विभवान्तर = 4Bvr
इसलिए (C)

Section (G) : Fixed loop in a time varying magnetic field & Induced electric field
खण्ड (G) : समय के साथ परिवर्ती चुम्बकीय क्षेत्र में स्थिर लूप व प्रेरित विद्युत क्षेत्र में स्थिर लूप

G-1. A cylindrical space of radius R is filled with a uniform magnetic induction B parallel to the axis of the cylinder. If B changes at a constant rate, the graph showing the variation of induced electric field with distance r from the axis of cylinder is
R त्रिज्या के बेलनाकार क्षेत्र में इसकी अक्ष के समान्तर समरूप चुम्बकीय क्षेत्र B उपस्थित है। यदि यह नियत दर से परिवर्तित हो तो बेलन की अक्ष से r दूरी पर प्रेरित वि०क्षेत्र में परिवर्तन का सही ग्राफ होगा।



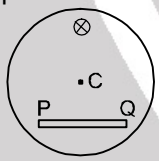


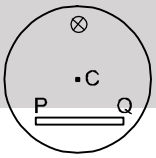
Sol. EMF = $-\dfrac{d\phi}{dt} = -\dfrac{dB\pi r^2}{dt} = -\pi r^2\dfrac{dB}{dt}$ or E = $\left(\dfrac{EMF}{r}\right) = \left(\dfrac{\pi dB}{dt}\right)$ r

or $E \propto r$ for $r \le R$.
$E \propto 1/r$ for $r > R$.

G-2.# In a cylindrical region uniform magnetic field which is perpendicular to the plane of the figure is increasing with time and a conducting rod PQ is placed in the region. If C is the centre of the circle then

(A) P will be at higher potential than Q.
(B*) Q will be at higher potential than P.
(C) Both P and Q will be equipotential.
(D) no emf will be developed across rod as it is not crossing / cutting any line of force.





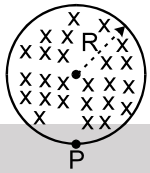
चित्र में तल के लम्बवत् बेलनाकार क्षेत्र में उपस्थित समरूप चुम्बकीय क्षेत्र का मान समय के साथ बढ़ रहा है। इस क्षेत्र में एक चालक छड़ PQ उपस्थित है, यदि C वृत्त का केन्द्र हो तो –

(A) P, Q की अपेक्षा उच्च विभव पर है।
(B*) Q, P की अपेक्षा उच्च विभव पर है।
(C) P व Q दोनों समान विभव पर है।
(D) छड़ पर कोई भी वि०वा०बल उत्पन्न नहीं होगा क्योंकि यह बल रेखाओं को नहीं काटती है।

Sol. If the circuit Q C P containing rod PQ is completed then the direction of induced current will be from Q to C to P hence Q will be at higher potential than P.
यदि छड़ PQ के साथ परिपथ Q C P पूर्ण किया जाये तो प्रेरित धारा की दिशा Q से C होकर P की ओर होगी। अतः P की अपेक्षा Q उच्च विभव पर है।

G-3. A uniform magnetic field of induction B is confined to a cylindrical region of radius R. The magnetic field is increasing at a constant rate of $\frac{dB}{dt}$ (Tesla/second). An electron of charge q, placed at the point P on the periphery of the field experiences an acceleration :

B प्रेरण का समरूप चुम्बकीय क्षेत्र R त्रिज्या के बेलनाकार क्षेत्र में स्थित है। इस चुम्बकीय क्षेत्र की वृद्धि दर $\frac{dB}{dt}$ (टेसला/सैकण्ड) नियत है। q आवेश का एक इलेक्ट्रॉन, इसकी परिधी के P बिन्दु पर स्थित है। इलेक्ट्रॉन पर आरोपित त्वरण है।



(A*) $\frac{1}{2}\frac{eR}{m}\frac{dB}{dt}$ toward left
(B) $\frac{1}{2}\frac{eR}{m}\frac{dB}{dt}$ toward right
(C) $\frac{eR}{m}\frac{dB}{dt}$ toward left
(D) $\frac{1}{2}\frac{eR}{m}\frac{dB}{dt}$ zero

(A*) $\frac{1}{2}\frac{eR}{m}\frac{dB}{dt}$ बांयी तरफ
(B) $\frac{1}{2}\frac{eR}{m}\frac{dB}{dt}$ दांयी तरफ
(C) $\frac{eR}{m}\frac{dB}{dt}$ बांयी तरफ
(D) शून्य

Sol. $a = \frac{qE}{m} = \frac{1}{2}\frac{eR}{m}\frac{dB}{dt}$. (towards lefts) बांयी ओर

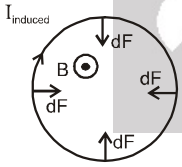
G-4. A neutral metallic ring is placed in a circular symmetrical uniform magnetic field with its plane perpendicular to the field. If the magnitude of field starts increasing with time, then:

एक उदासीन धात्विक वलय को एक वृत्तीय सममित समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में इस प्रकार रखा गया है कि इसका तल क्षेत्र के लम्बवत् है। अगर क्षेत्र का परिमाण समय के साथ बढ़ाया जाए तो –

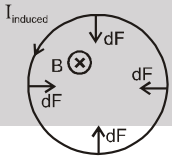
(A) the ring starts translating
(B) the ring starts rotating about its axis
(C*) the ring slightly contracts
(D) the ring starts rotating about a diameter

(A) वलय स्थानान्तरण करना प्रारम्भ कर देगी
(B) वलय इसके अक्ष के सापेक्ष घूर्णन करना प्रारम्भ कर देगी।
(C*) वलय अल्प मात्रा में सिकुड जायेगी।
(D) वलय एक व्यास के सापेक्ष घूर्णन करना प्रारम्भ करेगी।

Sol. As soon as the field changes, there will be an induced current in the ring.
जैसे–जैसे क्षेत्र परिवर्तित होगा, वलय में धारा प्रेरित होगी।



contracts सिकुड़ता है



contracts सिकुड़ता है

G-5. A bar magnet is released at one end from rest coaxially along the axis of a very long fixed, vertical copper tube. After some time the magnet

तांबे की जड़वत् एक बहुत लम्बी उर्ध्वाधर नली की अक्ष के अनुदिश एक सिरे से समाक्षीय स्थिति में एक छड़ चुम्बक को विराम से गिराया जाता है। कुछ समय पश्चात् चुम्बक–

(A) will move with an acceleration g
(B*) will move with almost constant speed
(C) will stop in the tube
(D) will oscillate

(A) g त्वरण के साथ गति करेगा।
(B*) लगभग नियत चाल से गति करेगा।
(C) नली में रूक जायेगा।
(D) दोलन करेगा।

Sol. Since the tube is very long the force on magnet due to induced current will continue to oppose its motion till it acquires a constant speed.

चूंकि नलिका बहुत लम्बी है एवं प्रेरित धारा के कारण चुम्बकीय बल निरन्तर इसकी गति के विपरीत लगता है। अतः यह नियत चाल प्राप्त कर लेगी।

Section (H) : Self induction, self inductance self induced emF & Magnetic energy density
खण्ड (H) : स्वप्रेरण, स्वप्रेरकत्व, स्वप्रेरित वि०वा०बल तथा चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व

H-1. A wire of fixed length is wound on a solenoid of length 'ℓ' and radius 'r'. Its self inductance is found to be L. Now if another wire is wound on a solenoid of length $\frac{\ell}{2}$ and radius $\frac{r}{2}$, then the self inductance will be:

निश्चित लम्बाई के तार को ℓ लम्बाई तथा 'r' त्रिज्या की परिनलिका पर लपेटा जाता है तो इसका स्वप्रेरकत्व L होता है यदि एक–दूसरे तार को $\frac{\ell}{2}$ लम्बाई तथा $\frac{r}{2}$ त्रिज्या की परिनलिका पर लपेटा है तो इसका स्वप्रेरकत्व होगा

(A*) 2 L (B) L (C) 4 L (D) 8 L

Sol. $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{\ell}$

length of wire = N $2\pi r$ = Constant (= C, suppose)
तार की लम्बाई = N $2\pi r$ = अचर (= C, माना)

$\therefore \quad L = \mu_0 \left(\frac{C}{2\pi r}\right)^2 \frac{\pi r^2}{\ell} \quad \therefore \quad L \propto \frac{1}{\ell}$

$\therefore$ Self inductance will become 2L.
$\therefore$ इसलिए स्वप्रेरकत्व 2L होगा

H-2. The number of turns, cross-sectional area and length for four solenoids are given in the following table.
चार परिनालिकाओं (solenoids) की लम्बाई, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल तथा घेरो की संख्या निम्न सारणी में दिये गये है।

Solenoid	Total Turns	Area	Length
1	2N	2A	ℓ
2	2N	A	ℓ
3	3N	3A	2ℓ
4	2N	2A	$\ell/2$

परिनालिका	कुल घेरों की संख्या	अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल	लम्बाई
1	2N	2A	ℓ
2	2N	A	ℓ
3	3N	3A	2ℓ
4	2N	2A	$\ell/2$

The solenoid with maximum self inductance is :
वह परिनालिका जिसका अधिकतम स्वप्रेरकत्व है –

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D*) 4

Sol. $L = \mu_0 n^2 \pi r^2 \ell$

$A = \pi r^2$

$n = \frac{N}{\ell} \quad \Rightarrow \quad L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} A$

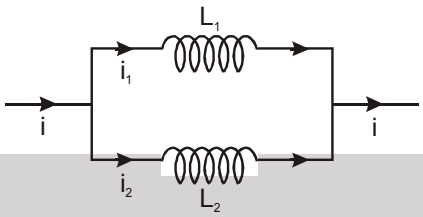
By putting the given values, it can be seen that it is maximum for solenoid no.4.
दिये गए मान रखने पर, यह देख सकते हैं कि यह परिनालिका संख्या - 4 के लिए अधिकतम होगा।

Section (I) : Circuit containing inductance, Resistance & battery, Growth and decay Of Current in a circuit containing inductor

खण्ड (I) : प्रेरकत्व,प्रतिरोध व बैटरी वाले परिपथ, प्रेरकत्व वाले परिपथ में धारा की वृद्धि व क्षय

I -1.# Two inductors L_1 and L_2 are connected in parallel and a time varying current i flows as shown. The ratio of currents i_1/i_2 at any time t is

दो प्रेरकत्व L_1 व L_2 समान्तर क्रम में जुड़े है तथा समय के साथ परिवर्ती धारा i चित्रानुसार प्रवाहित है। किसी समय t पर धाराओं i_1/i_2 का अनुपात है।



(A) L_1/L_2 (B*) L_2/L_1 (C) $\frac{L_1^2}{(L_1+L_2)^2}$ (D) $\frac{L_2^2}{(L_1+L_2)^2}$

Sol. $L_1 \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt}$

or $L_1 di_1 = L_2 di_2$ or $L_1 i_1 = L_2 i_2$

$\therefore \frac{i_1}{i_2} = \frac{L_2}{L_1}$

I-2. In an LR circuit current at t = 0 is 20 A. After 2s it reduces to 18 A. The time constant of the circuit is (in second):

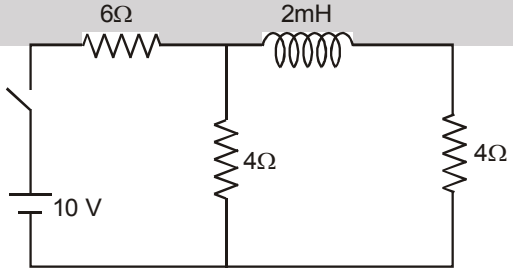
LR परिपथ में t = 0 पर धारा 20 A है। 2s पश्चात् यह 18 A तक घट जाती है। परिपथ का समय नियतांक (सैकण्ड में) है :

(A) $\ln\left(\frac{10}{9}\right)$ (B) 2 (C*) $\frac{2}{\ln\left(\frac{10}{9}\right)}$ (D) $2\ln\left(\frac{10}{9}\right)$

Sol. $i = i_0\left(e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ or $t = \frac{2}{\ln\left(\frac{10}{9}\right)}$.

I-3. **#** In the given circuit find the ratio of i_1 to i_2. Where i_1 is the initial (at t = 0) current, and i_2 is steady state (at $t = \infty$) current through the battery :

दिये गये परिपथ में i_1 का i_2 के साथ अनुपात ज्ञात करो। यहां i_1 प्रारम्भिक (t = 0 पर) धारा तथा i_2 बेटरी से प्रवाहित स्थायी धारा ($t = \infty$ पर) है।



(A) 1.0 (B*) 0.8 (C) 1.2 (D) 1.5

Sol. Initially the inductor offers infinite resistance hence i_1 is 1A. Finally, at steady state inductor offers zero resistance and current i_2 is 1.25 A in the battery.

हल. प्रारम्भ में प्रेरक अनन्त प्रतिरोध उत्पन्न करेगा अतः धारा i_1 , 1A होगी। अन्त में स्थायी अवस्था में प्रेरक शून्य प्रतिरोध देगा एवं बैटरी से धारा i_2, 1.25 A होगी।

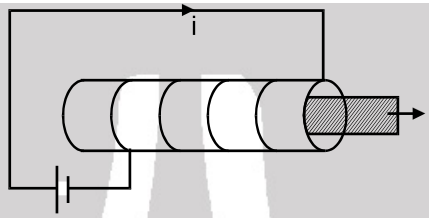
I-4. In a series L–R growth circuit, if maximum current and maximum induced emf in an inductor of inductance 3mH are 2A and 6V respectively, then the time constant of the circuit is :
श्रेणीक्रम L–R परिपथ में 3 मिली हैनरी प्रेरकत्व में महत्तम धारा एवं महत्तम प्रेरित विभव क्रमशः 2A तथा 6V हैं तो परिपथ का समय नियतांक है :

(A*) 1 ms. (B) 1/3 ms. (C) 1/6 ms (D) 1/2 ms

Sol. $R = v/I$

$\tau = L/R = 1$ ms.

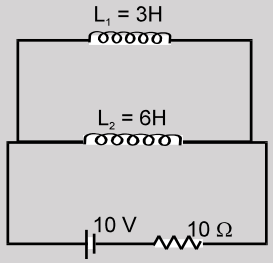
I-5.# A solenoid having an iron core has its terminals connected across an ideal DC source and it is in steady state. If the iron core is removed, the current flowing through the solenoid just after removal of rod
लौह क्रोड सहित एक परिनलिका के सिरों को आदर्श दिष्ट स्रोत से जोड़ा जाता है एवं यह स्थायी अवस्था में है। अगर लोह क्रोड को निकाल दिया जाए तो निकालने के तुरन्त पश्चात् परिनालिका से प्रवाहित धारा का मान :



(A*) increases (B) decreases (C) remains unchanged (D) nothing can be said
(A*) बढ़ेगी (B) घटेगी (C) अपरिवर्तित रहेगी (D) कुछ भी नहीं कह सकते

Sol. Current will have to increase in order to oppose the cause (decrease in field).
कारण (क्षेत्र में कमी) का विरोध करने के लिए धारा बढ़ती है।

I-6.# Two inductor coils of self inductance 3H and 6H respectively are connected with a resistance 10Ω and a battery 10 V as shown in figure. The ratio of total energy stored at steady state in the inductors to that of heat developed in resistance in 10 seconds at the steady state is (neglect mutual inductance between L_1 and L_2) :
चित्र में दिखाये अनुसार क्रमशः 3 हेनरी व 6 हेनरी स्व–प्रेकत्व की दो प्रेरक कुण्डलीयाँ 10Ω के प्रतिरोध एवं 10V की बैटरी से जुड़ी है। स्थायीअवस्था पर 10 sec. में प्रेरक कुण्डलियों में संचित कुल ऊर्जा तथा प्रतिरोध में उत्पन्न ऊष्मा का अनुपात होगा (L_1 व L_2 के मध्य अन्योन्य प्रेरण को नगण्य मानते हुए)



(A) 1/10 (B*) 1/100 (C) 1/1000 (D) 1

Sol. $L_{eff} = 2H$

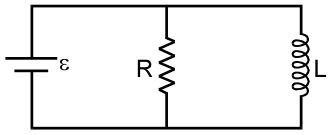
Energy stored in inductor प्रेरक कुण्डली में संग्रहित ऊर्जा $= \frac{1}{2} LI^2$

$= 1/2 \times (2) \times (1)^2 = 1J.$

Energy developed in resistance प्रतिरोध मे क्षयित ऊर्जा $= I^2RT = 1^2 \times 10 \times 10 = 100$ J

Hence the required ratio is अतः अभीष्ट अनुपात $\frac{1}{100}$.

I -7.# The battery shown in the figure is ideal. The values are ε = 10 V, R = 5Ω, L = 2H. Initially the current in the inductor is zero. The current through the battery at t = 2s is
दर्शाये गये चित्र में बैटरी आदर्श है। ε = 10 V, R = 5Ω, L = 2H है। प्रारम्भ में प्रेरकत्व में धारा शून्य है। बैटरी से t = 2s समय पर धारा है।



(A*) 12 A (B) 7 A (C) 3 A (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol. $I = I_1 + I_2$

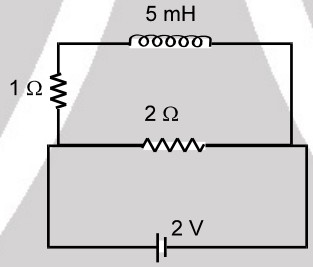
$I_1 = E/R$

$L \frac{dI}{dt} = E.$ $\quad I_2 = \frac{Et}{L}$

$I = E/R + \frac{Et}{L}$

$I = 12A.$

I-8. When induced emf in inductor coil is 50% of its maximum value then stored energy in inductor coil in the given circuit at that instant will be :
दिये गये परिपथ में अगर प्रेरकत्व कुण्डली में प्रेरित वि.वा.बल का मान अधिकतम मान का 50% है। तो उस क्षण पर प्रेरक कुण्डली में संचयित ऊर्जा का मान होगा –



(A*) 2.5 mJ (B) 5mJ (C) 15 mJ (D) 20 mJ

Sol. $E = \frac{1}{2} LI^2$ $\quad E = \frac{1}{2} L \frac{V^2}{R^2}$

$= 1/2 \times 5 \times 10^{-3} \times (1)^2 = 2.5$ mJ.

I-9. An inductor coil stores energy U when a current i is passed through it and dissipates heat energy at the rate of P. The time constant of the circuit when this coil is connected across a battery of zero internal resistance is :
एक प्रेरक कुण्डली में i धारा प्रवाहित करने पर इसमें U ऊर्जा संग्रहित होती है तथा P दर से ऊर्जा ह्रास होता है। जब इस कुण्डली को शून्य आन्तरिक प्रतिरोध वाली बैटरी से जोड़ा जाता है तो परिपथ का समय नियतांक ज्ञात करो ?

(A) $\frac{4U}{P}$ (B) $\frac{U}{P}$ (C*) $\frac{2U}{P}$ (D) $\frac{2P}{U}$

Sol. $U = \frac{1}{2} LI^2$

$P = I^2R$

or या $\frac{2U}{P} = \frac{L}{R} = \tau.$

Section (J) : Mutual Induction & Mutual Inductance
खण्ड (J) : अन्योन्य प्रेरण व अन्योन्य प्रेरकत्व

J-1. Two coils are at fixed locations. When coil 1 has no current and the current in coil 2 increases at the rate 15.0 A/s the e.m.f. in coil 1 in 25.0 mV, when coil 2 has no current and coil 1 has a current of 3.6 A, flux linkage in coil 2 is
दो कुण्डलियों की स्थिति निश्चित है। जब कुण्डली 1 में कोई धारा नहीं है तथा कुण्डली 2 में 15.0 A/s की दर से धारा बढ़ती है तो कुण्डली 1 में वि०वा०बल 25.0 mV है। जब कुण्डली 2 में कोई धारा नहीं है तथा कुण्डली 1 में धारा 3.6 A है तो कुण्डली 2 से सम्बन्धित फ्लक्स होगा –

(A) 16 mWb (B) 10 mWb (C) 4.00 mWb (D*) 6.00 mWb

Sol. EMF वि वा ब = $\left|-M\frac{dI}{dt}\right|$ $25 \times 10^{-3} = M \times 15$

or या $M = 5/3 \times 10^{-3}$ H

$\phi = MI = 5/3 \times 10^{-3} \times 3.6 = 6.00$ mWb.

J-2. A rectangular loop of sides 'a' and ' b ' is placed in xy plane. A very long wire is also placed in xy plane such that side of length 'a' of the loop is parallel to the wire. The distance between the wire and the nearest edge of the loop is ' d '. The mutual inductance of this system is proportional to:
आयताकार लूप जिसकी भुजाएं 'a' व ' b ' है, xy तल में स्थित है। xy तल में एक बहुत लम्बा तार इस प्रकार रखा है कि लूप की भुजा 'a' तार के समान्तर है। तार के समीप की भुजा तथा तार के मध्य दूरी ' d ' है। निकाय का अन्योन्य प्रेरकत्व समानुपाती है।

(A*) a (B) b (C) 1/d (D) current in wire तार में धारा

Sol. $\phi = M \times I$

$$\frac{\int_{d}^{d+b} B.ds}{I} = M$$

$M = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ell n \frac{b+d}{d}$ Hence अतः $M \propto a$.

J-3. Two coils of self inductance 100 mH and 400 mH are placed very close to each other. Find the maximum mutual inductance between the two when 4 A current passes through them
स्वप्रेरकत्व 100 mH तथा 400 mH की दो कुण्डलियां पास–पास रखी है। इन दोनों के बीच अधिकतम अन्योन्य प्रेरण ज्ञात करो जब इनमें प्रवाहित धारा 4 A हो।

(A*) 200 mH (B) 300 mH (C) $100\sqrt{2}$ mH (D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol. $M_{max} = \sqrt{L_1 L_2} = \sqrt{100 \times 400}$ mH = 200 mH.

J-4. A long straight wire is placed along the axis of a circular ring of radius R. The mutual inductance of this system is
एक लम्बे सीधे तार को R त्रिज्या की एक वृत्ताकार वलय के अक्ष के अनुदिश रखा जाता है। इस निकाय का अन्योन्य प्रेरकत्व है–

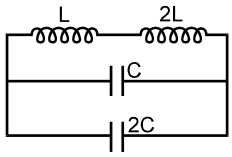
(A) $\frac{\mu_0 R}{2}$ (B) $\frac{\mu_0 \pi R}{2}$ (C) $\frac{\mu_0}{2}$ (D*) 0

Sol. As the flux in the ring due to wire will be zero hence mutual inductance will be zero.
क्योंकि तार के कारण वलय में फ्लक्स शून्य होगा अतः अन्योन्य प्रेरण शून्य होगा।

Section (K) : LC Oscillations

खण्ड (K) : LC दोलन

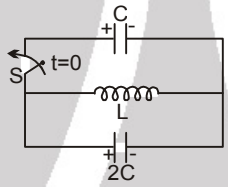
K-1.# The frequency of oscillation of current in the inductor is:
प्रेरक कुण्डली में धारा की दोलन आवृति है –



(A) $\frac{1}{3\sqrt{L\,C}}$ (B*) $\frac{1}{6\,\pi\,\sqrt{L\,C}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{L\,C}}$ (D) $\frac{1}{2\,\pi\,\sqrt{L\,C}}$

Sol. $f = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{L_{eff}\times c_{eff}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{3L\times 3C}} = \frac{1}{6\pi\sqrt{LC}}$.

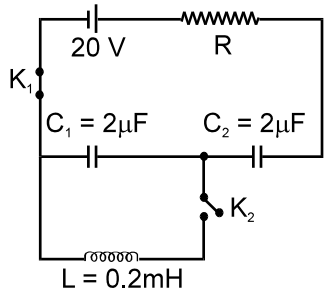
K-2.# In the given LC circuit if initially capacitor C has charge Q on it and 2C has charge 2Q .The polarities are as shown in the figure. Then after closing switch S at t = 0
दिये गये LC परिपथ में यदि संधारित्र C पर प्रारम्भ में आवेश Q है तथा 2C पर 2Q है। ध्रुवता चित्र में प्रदर्शित है तो t = 0 पर स्विच S को बंद करने के पश्चात्



(A) energy will get equally distributed in both the capacitor just after closing the switch.
स्विच बंद करने के तुरन्त पश्चात् ऊर्जा दोनों संधाारित्रों में बराबर बंट जाएगी।
(B) initial rate of growth of current in inductor will be $2\,Q/3\,C\,L$
प्रेरक कुण्डली में प्रारम्भ में धारा वृद्धि की दर $2\,Q/3\,C\,L$ होगी।
(C*) maximum energy in the inductor will be $3\,Q^2/2\,C$
प्रेरक कुण्डली में अधिकतम ऊर्जा $3\,Q^2/2\,C$ होगी।
(D) none of these इनमें से कोई नहीं

Sol. $C_{eq} = 3C$
$Q_{eq} = 3Q$
$E = \frac{1}{2}\frac{Q^2_{eq}}{C_{eq}} = \frac{3Q^2}{2C}$.

K-3.# A circuit containing capacitors C_1 and C_2 as shown in the figure are in steady state with key K_1 closed. At the instant t = 0, if K_1 is opened and K_2 is closed then the maximum current in the circuit will be :
एक परिपथ में संधारित्र C_1 तथा C_2 चित्रानुसार स्थायी अवस्था में हैं तथा कुंजी K_1 बंद है। t = 0 समय पर अगर K_1 को खोल दिया जाता है तथा K_2 को बंद कर दिया जाता है, तो परिपथ में अधिकतम धारा होगी।



(A*) 1 A (B) A (C) 2 A (D) None of these इनमें से कोई नहीं

Sol. When switch K_1 is opended and K_2 is closed it becomes L–C circuit so applying energy conservation :
जब कुंजी K_1 खुला है और K_2 बन्द है, यह L–C परिपथ होगा, इसलिए ऊर्जा संरक्षण लगाने पर :

$\frac{Q_0^2}{2C} = \frac{1}{2} Li^2$; $Q_0 = C_{eq}V = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} \cdot V = (20 \times 10^{-6})$

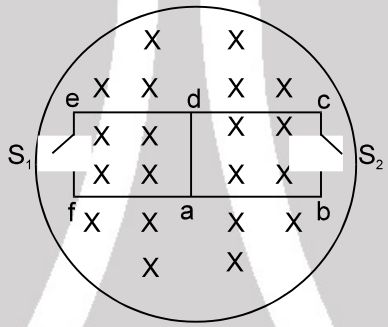
$\frac{(20\times10^{-6})^2}{2\times2\times10^{-6}} = \frac{1}{2} (0.2 \times 10^{-3}) i^2 \Rightarrow i = 1$ A

PART - III : MATCH THE COLUMN

भाग - III : कॉलम को सुमेलित कीजिए (MATCH THE COLUMN)

1.# The magnetic field in the cylindrical region shown in figure increases at a constant rate of 10.0 mT/s Each side of the square loop abcd and defa has a length of 2.00 cm and resistance of 2.00 Ω . Correctly match the current in the wire 'ad' in four different situations as listed in column-I with the values given in column-II.

चित्रानुसार दिखाये गये बेलनाकार स्थान में चुम्बकीय क्षेत्र 10.0 mT/s की नियत दर से बढ़ता है। प्रत्येक वर्गाकार लूप abcd तथा defa की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 2.00 cm है तथा प्रत्येक भुजा का प्रतिरोध 2.00 Ω है। स्तम्भ-I में दी गई चार भिन्न स्थितियों में तार 'ad' में धारा को स्तम्भ-II में दिये गये मानों से सुमेलित कीजिए।



Column-I	**Column-II**
(A) The switch S_1 is closed but S_2 is open	(p) 5×10^{-7} A, d to a
(B) S_1 is open but S_2 is closed	(q) 5×10^{-7} A, a to d
(C) Both S_1 and S_2 are open	(r) 2.5×10^{-8} A, d to a
(D) Both S_1 and S_2 are closed.	(s) 2.5×10^{-8} A, a to d
	(t) No current flows

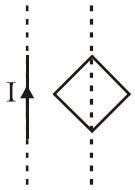
स्तम्भ-I	**स्तम्भ-II**
(A) स्विच S_1 बन्द (चालू) है लेकिन S_2 खुला है।	(p) 5×10^{-7} A, d से a
(B) S_1 खुला है लेकिन S_2 बन्द है।	(q) 5×10^{-7} A, a से d
(C) दोनों S_1 तथा S_2 खुले है।	(r) 2.5×10^{-8} A, d से a
(D) दोनों S_1 तथा S_2 बन्द है।	(s) 2.5×10^{-8} A, a से d
	(t) कोई धारा प्रवाहित नही होती।

Ans. (A) q (B) p (C) t (D) t

Sol. When both S_1 and S_2 are either open or closed; current through ad is zero. With S_1 closed, current 2×10^{-7} A flows from a to d. With S_2 closed, current 2×10^{-7} A flows from d to a.

जब दोनों S_1 तथा S_2 या तो खुली या बन्द है, ad से जाने वाली धारा शून्य होगी। जब S_1 बन्द है, तो धारा 2×10^{-7} A, a से d की ओर प्रवाहित होती है। जब S_2 बन्द है, तो धारा 2×10^{-7} A, d की a की ओर प्रवाहित होती है।

2.# A square loop of conducting wire is placed symmetrically near a long straight current carrying wire as shown. Match the statements in column-I with the corresponding results in column-II.
चालक तार का एक वर्गाकार लूप एक लम्बे सीधे धारावाही तार के नजदीक सममित रूप से चित्रानुसार रखा जाता है। स्तम्भ -I में दिये गये कथनों को स्तम्भ-II में उनके परिणामों से सुमेलित कीजिये –



Column-I	**Column-II**
(A) If the magnitude of current I is increased	(p) Current will induce in clockwise direction in the loop
(B) If the magnitude of current I is decreased	(q) Current will induce in anticlockwise direction in the loop
(C) If the loop is moved away from the wire	(r) wire will attract the loop
(D) If the loop is moved towards the wire	(s) wire will repel the loop
	(t) loop will rotate when current changes.

स्तम्भ-I	**स्तम्भ-II**
(A) यदि धारा I का परिमाण बढ़ाया जाता है।	(p) लूप में प्रेरित धारा दक्षिणावर्त होगी
(B) यदि धारा I का परिमाण घटाया जाता है।	(q) लूप में प्रेरित धारा वामावर्त होगी
(C) यदि लूप को तार से दूर हटाया जाता है।	(r) तार, लूप को आकर्षित करेगा
(D) यदि लूप को तार की ओर चलाया जाता है।	(s) तार, लूप को प्रतिकर्षित करेगा
	(t) धारा के बदलने पर लूप घूर्णन करेगा।

Ans (A) q,s (B) p,r (C) p,r (D) q,s

Sol. (A) Due to current carrying wire, the magnetic field in loop will be inwards the paper. As current is increased, magnetic flux associated with loop increases. So a current will be induced so as to decrease magnetic flux inside the loop. Hence Induced current in the loop will be anticlockwise. The current in left side of loop shall be downwards and hence repelled by wire. The current in right side of loop is upwards and is hence attracted by wire. Since left side of loop is nearer to wire, repulsive force will dominate. Hence wire will repel the loop

(B) Options in (B) will be opposite of that in (A)

(C) When the loop is moved away from wire, magnetic flux decreases in the loop. Hence the options for this case shall be same as in (B)

(D) When the loop is moved towards the wire, magnetic flux increases in the loop. Hence the options for this case shall be same as in (A)

No net torque will act on loop when current changes.

(A) धारावाही तार के कारण लूप में चुम्बकीय क्षेत्र पेज के तल के अन्दर होगा। अतः धारा बढ़ने से सम्बन्धित फ्लक्स भी बढ़ेगा। अतः धारा इस प्रकार प्रेरित होगी कि यह लूप के फ्लक्स को घटाये अतः लूप में प्रेरित धारा वामावर्त होगी। लूप के बायें तरफ धारा ऊर्ध्वाधर नीचे की तरफ होगी अतः तार द्वारा प्रतिकर्षित होगा लूप के दांये तरफ धारा ऊपर की तरफ होगी अतः तार द्वारा आकर्षित होगा चूंकि लूप का बांया भाग तार के पास है। अतः प्रतिकर्षी बल ज्यादा प्रभावी होगा। अतः तार लूप को प्रतिकर्षित करेगा।

(B) (A) का व्युत्क्रम होगा।

(C) जब लूप तार से दूर जाता है। तो चुम्बकीय फ्लक्स घटता है। अतः इस स्थिति में विकल्प (B) के समान होगा।

(D) जब लूप तार की तरफ गति करेगा तो फ्लक्स बढ़ेगा अतः इस स्थिति में विकल्प (A) के समान होगा।

जब धारा परिवर्तित होती है तो लूप पर कोई बल आघूर्ण कार्य नहीं करता है।

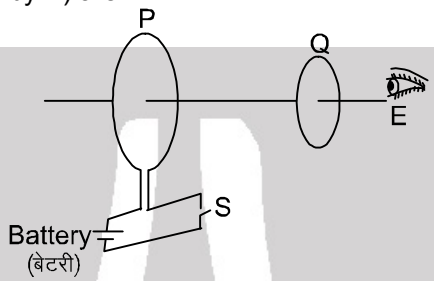
Exercise-2

Marked Questions can be used as Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।

PART - I : ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE

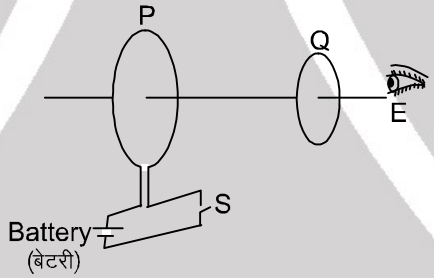
भाग-I : केवल एक सही विकल्प प्रकार (ONLY ONE OPTION CORRECT TYPE)

1. As shown in the fig. P and Q are two coaxial conducting loops separated by some distance. When the switch S is closed, a clockwise current I_P flows in P (as seen by E) and an induced current I_{Q1} flows in Q. The switch remains closed for a long time. When S is opened, a current I_{Q2} flows in Q. Then the directions of I_{Q1} and I_{Q2} (as seen by E) are **[JEE 2002 (Screening) 3/90, –1]**



(A) respectively clockwise and anti-clockwise (B) both clockwise
(C) both anti-clockwise (D*) respectively anti-clockwise and clockwise.

जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, P एवं Q दो समाक्षीय चालक लूप है जो कुछ दूरी पर स्थित हैं। जब स्विच S को चालू करते है, तो P में दक्षिणावर्ती धारा I_P प्रवाहित होती है (जैसा कि E देखता है) एवं Q में प्रेरित धारा I_{Q1} प्रवाहित होती है। स्विच बहुत लम्बे समय तक चालू रहता है। जब स्विच S को खोलते हैं तो Q में I_{Q2} धारा प्रवाहित होती है, तो E द्वारा प्रेक्षित I_{Q1} व I_{Q2} की दिशायें हैं, **[JEE 2002 (Screening) 3/90, –1]**



(A) क्रमशः दक्षिणावर्त एवं वामावर्त (B) दोनों में दक्षिणावर्त
(C) दानों में वामावत (D*) क्रमशः वामावर्त एवं दक्षिणावर्त

Sol. When switch S is closed magnetic field lines passing through Q increases in the direction from right to left. So, according to Lenz's law induced current in Q i.e. I_{Q1} will flow in such a direction so that the magnetic field lines due to $]_{Q2}$ passes from left to right through Q. This is possible when I_{Q1} flows in anticlockwise direction as seen by E. Opposite is the case when switch S is opened i.e. I_{Q2} will be clockwise as seen by E.

जब कुंजी S को बन्द किया जाता है, तो Q से पारित चुम्बकीय क्षेत्र दायें से बायीं ओर की दिशा में बढ़ता है। अतः लेन्ज नियमानुसार Q में प्रेरित धारा I_{Q1} ऐसी दिशा में बहेगी, जिससे I_{Q2} के कारण चुम्बकीय बल रेखाऐं Q से बायें से दायीं ओर जाए। यह तभी संभव है, जब I_{Q1} E के अनुसार वामावर्त दिशा में प्रवाहित हो। कुंजी खोलने पर प्रक्रम उलट होता है अर्थात् I_{Q2} E के अनुसार दक्षिणावर्त दिशा में बहती है।

2. A close loop is placed in a time-varying magnetic field. Electrical power is dissipated due to the current induced in the coil. If the number of turns were to be quadrupled and the wire radius halved keeping the radius of the loop unchanged, the electrical power dissipated would be:
(A) halved (B*) the same (C) doubled (D) quadrupled
एक बन्द लूप को एक समयपरिवर्ती चुम्बकीय क्षेत्र में रखा गया है। कुण्डली में प्रेरित धारा उत्पन्न होने के कारण विद्युत शक्ति का व्यय होता है। यदि लूप की त्रिज्या अपरिवर्तित रखते हुए घेरो की संख्या चार गुनी कर दी जाये एवं तार की त्रिज्या आधी कर दी जाये तो विद्युत शक्ति का व्यय हो जायेगा।
(A) आध (B*) समान (C) दो गुना (D) चार गुना

Sol. Power शक्ति $P = \frac{e^2}{R}$

here यहाँ e = induced emf प्रेरित वि.वा.बल $= -\left(\frac{d\phi}{dt}\right)$ Where जहाँ $\phi = NBA$

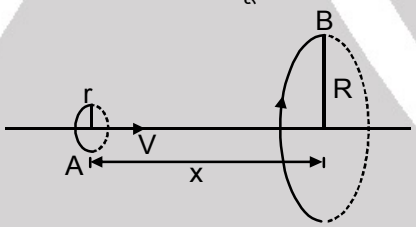
$\therefore \quad e = -NA\left(\frac{dB}{dt}\right)$

also $R \propto \frac{1}{r^2}$

where R = resistance, r = radius, ℓ = length
जहाँ R = प्रतिरोध, r = त्रिज्या , ℓ = लंबाई

$\therefore \quad P \propto \frac{N^2r^2}{\ell}$ $\therefore \quad \frac{P_1}{P_2} = 1$

3. **#** Loop A of radius r(r << R) moves towards loop B with a constant velocity V in such a way that their planes are always parallel. What is the distance between the two loops (x) when the induced emf in loop A is maximum
r(r << R) त्रिज्या का लूप A लूप B की तरफ नियत वेग V से इस प्रकार गति करता है कि उनके तल हमेशा समान्तर रहते है। दोनों लूपो के मध्य दूरी (x) का मान क्या होगा जब लूप A मे प्रेरित वि०वा०बल अधिकतम हो :



(A) R (B) $\frac{R}{\sqrt{2}}$ (C*) $\frac{R}{2}$ (D) $R\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Sol. $\phi_A = \frac{\mu_0 i\pi R^2}{2\pi(R^2+x^2)^{3/2}}.\pi r^2$

$E_A = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 i\pi}{2} R^2 r^2 (-3/2)(R^2+x^2)^{-5/2} . 2x\,(v)$

E_A is maximum when $\frac{dE_A}{dx} = 0$

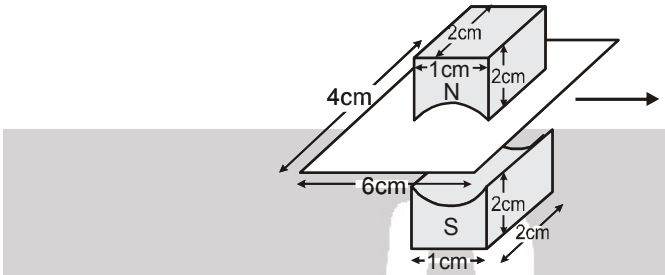
E_A अधिकतम है जब $\frac{dE_A}{dx} = 0$

$\Rightarrow \quad \frac{d}{dx}\frac{x}{(R^2+x^2)^{5/2}} = 0$ or या $(R^2+x^2)^{5/2} - \frac{5x}{2}(R^2+x^2)^{3/2}\,2x = 0$

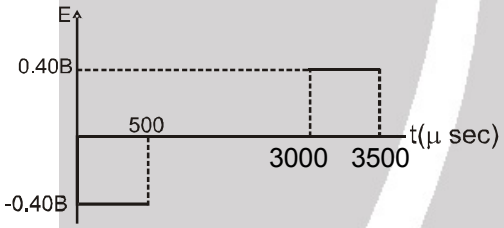
or या, $R^2 + x^2 - 5x^2 = 0$ or या, $x = R/2$ **Ans.**

4. A magnetic field (B), uniform between two magnets can be determined measuring the induced voltage in the loop as it is pulled through the gap at uniform speed 20 m/sec. Size of magnet and coil is 2 cm × 1 cm × 2 cm and 4 cm × 6 cm as shown in figure. The correct variation of induced emf with time is : (Assume at t = 0, the coil enters in the magnetic field) :

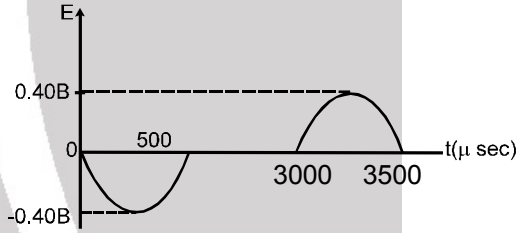
दो चुम्बको के मध्य नियत चुम्बकीय क्षैत्र (B) की गणना उस कुण्डली में प्रेरित विभव को मापकर की जा सकती है जिसे कि दोनों चुम्बकों के मध्य रिक्त स्थान में 20 मी./सै. की नियत चाल से खींचा जाता है। चुम्बक तथा कुण्डली का आकार क्रमशः 2cm × 1cm × 2cm तथा 4cm × 6cm है (जैसा चित्र में प्रदर्शित है)। समय के साथ प्रेरित वि.वा.ब. में परिवर्तन का सही प्रदर्शन है – (समय t = 0 पर, कुण्डली को चुम्बकीय क्षेत्र में प्रवेशित मानें) :



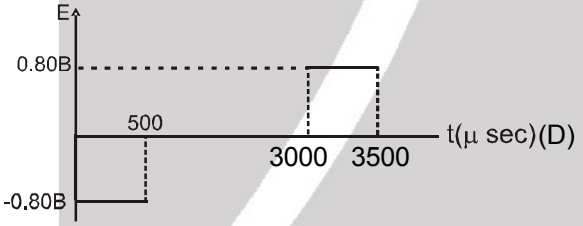
(A*)



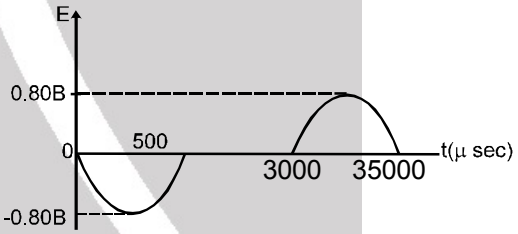
(B)



(C)



(D)



Sol. $E = \frac{d\phi}{dt} = \frac{Bd(b\ell)}{dt}$

$= Bbv = B \times 2 \times 10^{-2} \times 20 \qquad = 0.40\ B$

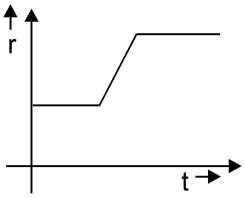
$\Delta t = \frac{1\times10^{-2}}{20} = 5 \times 10^{-4}$ sec $\qquad = 500\ \mu$ sec

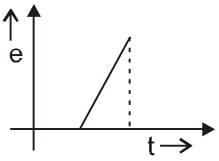
$t = \frac{6\times10^{-2}}{20} = 3 \times 10^{-3}$ sec $= 3000\ \mu$ sec

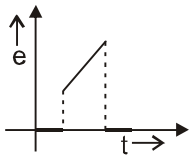
Ans. (A)

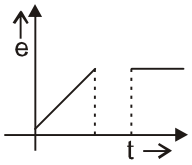
5.# Radius of a circular ring is changing with time and the coil is placed in uniform magnetic field perpendicular to its plane. The variation of ' r ' with time ' t ' is shown in the figure. Then induced e.m.f. ε with time will be best represented by :

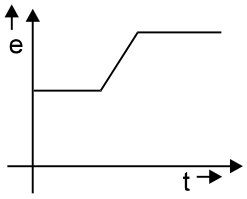
एक वृत्तीय लूप (छल्ला) जिसकी त्रिज्या समय के साथ परिवर्तित हो रही है और छल्ले को एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में रखा गया है, जो कि इसके तल के अभिलम्बवत् है। 'r' में समय 't ' के साथ परिवर्तन चित्र में दर्शाया है। तब प्रेरित वि.वा. ब. ε समय के साथ अच्छी तरह कोनसे वक्र द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है :



(A) 

(B*) 

(C) 

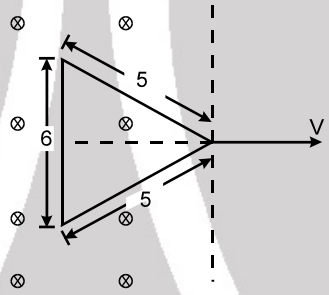
(D) 

Sol. $e = \frac{BdA}{dt}$

$= \frac{Bd}{dt}(\pi r^2) = B2\pi r\frac{dr}{dt}$

6.# A triangular loop as shown in the figure is started to being pulled out at t = 0 from a uniform magnetic field with a constant velocity v. Total resistance of the loop is constant and equals to R. Then the variation of power produced in the loop with time will be:

एक त्रिकोणीय लूप को t = 0 समय पर नियत वेग v से एक समान चुम्बकीय क्षेत्र से खींचना प्रारम्भ करते हैं। लूप का कुल प्रतिरोध नियत है तथा R के बराबर हे। तो समय के साथ लूप में उत्पन्न शक्ति का परिवर्तन –



(A) linearly increasing with time till whole loop comes out

समय के साथ रेखीय रूप से बढ़ेगा जब तक सम्पूर्ण लूप बाहर आता है।

(B*) increases parabolically till whole loop comes out

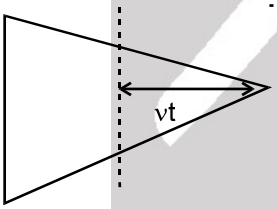
परवलयिक रूप से बढ़ेगा जब तक सम्पूर्ण लूप बाहर आता है।

(C) $P \alpha t^3$ till whole loop come out

$P \alpha t^3$ होगा जब तक सम्पूर्ण लूप बाहर आता है।

(D) will be constant with time समय के साथ नियत रहेगा।

Sol.



$A = 1/2 \times 6 \times 4 - 1/2 \times 2\,vt \tan 37^\circ \times vt$

$\Rightarrow \quad \phi = B\,A$

$\Rightarrow \quad e = \frac{-d\phi}{dt} = +Bv^2\,\frac{3}{4} \times 2t = iR'$

$i \alpha t$

$p \alpha t^2$

$\Rightarrow \quad P \propto t^2$ (parabolic variation) (परवलयकार परिवर्तन)

7. A metal rod of resistance 20 Ω is fixed along a diameter of conducting ring of radius 0.1 m and lies in x-y plane. There is a magnetic field $\vec{B} = (50T)\ \hat{k}$. The ring rotates with an angular velocity ω = 20 rad/s about its axis. An external resistance of 10 Ω is connected across the centre of the ring and rim. The current through external resistance is

20 Ω प्रतिरोध वाली धातु की छड़ 0.1 m त्रिज्या की धातु की वलय के व्यास पर जुड़ी है तथा x-y तल में स्थित है। यहां चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = (50T)\ \hat{k}$ है। यह वलय ω = 20 rad/s के कोणीय वेग से इसकी अक्ष के सापेक्ष घूर्णन कर रही है। 10 Ω का बाह्य प्रतिरोध वलय के केन्द्र तथा परिधी से जुड़ा है तो बाह्य प्रतिरोध से प्रवाहित धारा है –

(A) $\frac{1}{4}$A (B) $\frac{1}{2}$A (C*) $\frac{1}{3}$A (D) zero शून्य

Sol. $\frac{B\omega r^2}{2} = 10\ \frac{i}{2} + 10\ i$

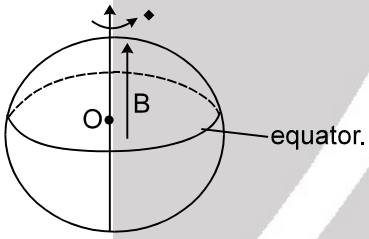
$\frac{(50)\ (20)\ (0.1)^2}{2} = \frac{30\ i}{2}$, $i = \frac{1}{3}$ A

8. Earth is a spherical conductor with a uniform surface charge density σ. It rotates about its axis with angular velocity ω. Suppose the magnetic field due to Sun at Earth at some instant is a uniform field B pointing along earth's axis. Then the emf developed between the pole and equator of earth due to this field is. (R_e = radius of earth)

पृथ्वी सतह को एक समान पृष्ठीय आवेश धनत्व σ का सुचालक गोला मानें। यह अपने अक्ष के परितः ω कोणीय वेग से घूम रही है। किसी क्षण सूर्य के कारण पृथ्वी पर चुम्बकीय क्षेत्र, पृथ्वी के अक्ष के अनुदिश एक समान B कल्पित करें। तो ध्रुव एवं भूमध्य रेखा के बीच इस क्षेत्र के कारण उत्पन्न वि.वा. बल है (R_e = पृथ्वी की त्रिज्या) –

(A*) $\frac{1}{2}B\omega R_e^2$ (B) $B\omega R_e^2$ (C) $\frac{3}{2}B\omega R_e^2$ (D) शून्य

Sol.



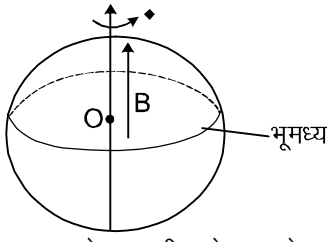
The equator can be seen as a conducting ring of radius R_e revolving with angular velocity ω in a perpendicular magnetic field B.

∴ Potential difference across its center and periphery = $\frac{B\omega R_e^2}{2}$

Potential at pole = potential of the axis of earth i.e. potential at point O

∴ $V_{eqvator} - V_{pole} = \frac{B\omega R_e^{\ 2}}{2}$.

Sol.



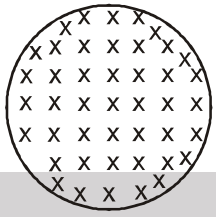
भूमध्य को चुम्बकीय क्षेत्र B के लम्बवत् R_e त्रिज्या व ω कोणीय चाल से घूमती हुई चालक वलय के रूप में देख सकते हैं।

∴ इसके केन्द्र व परिधि के सापेक्ष विभवान्तर = $\frac{B\omega R_e^2}{2}$

ध्रुव पर विभव = पृथ्वी की अक्ष पर विभव i.e. O बिन्दु पर विभव ∴ $V_{eqvator} - V_{pole} = \frac{B\omega R_e^{\ 2}}{2}$

9. **#** A non conducting ring of radius R and mass m having charge q uniformly distributed over its circumference is placed on a rough horizontal surface. A vertical time varying uniform magnetic field $B = 4t^2$ is switched on at time t = 0. The coefficient of friction between the ring and the table, if the ring starts rotating at t =2 sec, is :

एक R त्रिज्या तथा m द्रव्यमान की अचालक वलय जिसकी परिधी पर q आवेश एक समान रूप से वितरित है को खुरदरी क्षैतिज सतह पर रखा जाता है। एक उर्ध्वाधर समय के साथ परिवर्तित चुम्बकीय क्षेत्र $B = 4t^2$, t = 0 पर लगाया जाता है। सतह तथा वलय के बीच घर्षण गुणांक क्या होगा। यदि t = 2 सैकण्ड पर वलय घूमना प्रारम्भ कर दें :



(A) $\frac{4qmR}{g}$ (B) $\frac{2qmR}{g}$ (C*) $\frac{8qR}{mg}$ (D) $\frac{qR}{2mg}$

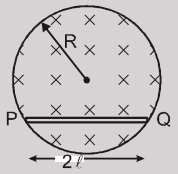
Sol. $\int E.d\ell = -\frac{d\phi}{dt}$

$E \times 2\pi R = \pi R^2 \frac{dB}{dt}$. $\Rightarrow$ $E = \frac{R}{2} \times 8t = R8$

$(qE)R = (\mu mg)\, R$ $\Rightarrow$ $\mu = \frac{8qR}{mg}$

10. **#** A uniform magnetic field, $B = B_0 t$ (where B_0 is a positive constant), fills a cylindrical volume of radius R, then the potential difference in the conducting rod PQ due to electrostatic field is :

एक R त्रिज्या के बेलनाकार आयतन में एक समान चुम्बकीय क्षेत्र $B = B_0 t$ स्थित है (B_0 धनात्मक नियतांक है) तो चालक छड़ PQ में स्थिर वैद्युत क्षेत्र के कारण उत्पन्न विभवान्तर है :



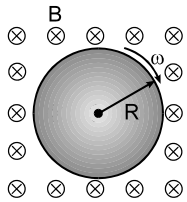
(A) $B_0\ell \sqrt{R^2 + \ell^2}$ (B) $B_0\ell \sqrt{R^2 - \frac{\ell^2}{4}}$ (C*) $B_0\ell \sqrt{R^2 - \ell^2}$ (D) $B_0R \sqrt{R^2 - \ell^2}$

Sol. $\int E d\ell = \varepsilon$, $E = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$, $E\cos\theta = \frac{r\cos\theta}{2}$ $B_0 = \frac{h}{2} B_0$

$V_Q - V_P = \left(\frac{h}{2}B_0\right) 2\ell = B_0\, \ell \sqrt{R^2 - \ell^2}$

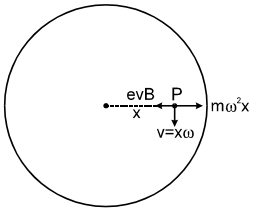
11. **#** A conducting disc of radius R is placed in a uniform and constant magnetic field B parallel to the axis of the disc. With what angular speed should the disc be rotated about its axis such that no electric field develops in the disc.(the electronic charge and mass are e and m)

R त्रिज्या की एक चालक चकती, एक समरूप नियत चुम्बकीय क्षेत्र B में रखी हुई है, जिसकी दिशा चकती की अक्ष के समानान्तर है। चकती को अपने अक्ष के सापेक्ष किस कोणीय चाल से घुमाएँ ताकि चकती में वि.वा.बल उत्पन्न न हो (इलेक्ट्रॉन का आवेश और द्रव्यमान क्रमशः e और m है)



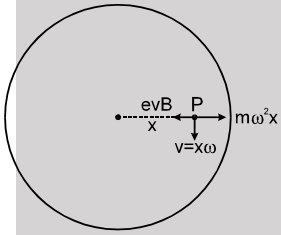
(A) $\frac{eB}{2m}$ (B*) $\frac{eB}{m}$ (C) $\frac{2\pi m}{eB}$ (D) $\frac{\pi m}{eB}$

Sol. Consider a free electron in the disc at point P distant x from centre of disc.
The magnetic force on free electron is = evB = eωxB (towards left)
Centrifugal force = $m\omega^2x$. (Towards right)
For net force on the electron at P to be zero
i.e., eωx B = $m\omega^2x$ or ω = eB/m



There shall be no flow of free electrons radially outwards and hence no electric field shall develop within the disc
Ans. eB/m

Sol. माना चकती के केन्द्र से x दूरी पर बिन्दु P पर कोई मुक्त इलेक्ट्रॉन है।
मुक्त इलेक्ट्रॉन पर लगने वाला चुम्बकीय बल = evB = eωxB (बायीं ओर)
इलेक्ट्रॉन पर लगने वाला अपकेन्द्रीय बल = $m\omega^2x$. (दांयी ओर)
P पर कुल बल शून्य होने के लिए



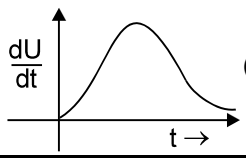
i.e., eωx B = $m\omega^2x$ या ω = eB/m
मुक्त इलेक्ट्रॉनों का त्रिज्यीय प्रवाह नहीं होगा, अतः कोई वि.वा.बल उत्पन्न नहीं होगा।
Ans. eB/m

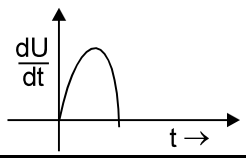
12. When the current in a certain inductor coil is 5.0 A and is increasing at the rate of 10.0 A/s, the of potential difference across the coil is 140 V. When the current is 5.0 A and decreasing at the rate of 10.0 A/s, the potential difference is 60 V. The self inductance of the coil is :
(A) 2H (B*) 4H (C) 10H (D) 12H
जब एक प्रेरक कुण्डली में धारा 5.0 एम्पीयर है तथा यह 10.0 एम्पीयर/सै. की दर से बढ़ रही है तो कुण्डली के सिरों पर विभवान्तर का परिमाण 140 वोल्ट है। जब कुण्डली में धारा 5.0 एम्पीयर है तथा यह 10.0 एम्पीयर/सै. की दर से घट रही है तो कुण्डली के सिरों पर विभवान्तर 60 वोल्ट है। कुण्डली का स्वप्रेकत्व है।
(A) 2 हेनरी (B*) 4 हेनरी (C) 10 हेनरी (D) 12 हेनरी

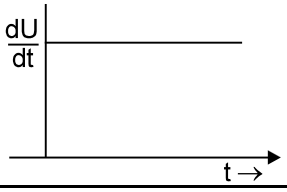
Sol.

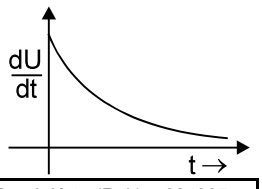
Using ; $V_A - V_B = RI + L\frac{dI}{dt}$ को प्रयोग करने पर
140 = 5R + 10 L
60 = 5R – 10 L ⇒ L = 4H. **Ans.**

13. Rate of increment of energy in an inductor with time in series LR circuit getting charge with battery of e.m.f. E is best represented by: [inductor has initially zero current]
वि.वा. बल E की बैटरी से आवेश प्राप्त करने वाले LR श्रेणी परिपथ में प्रेरकत्व में ऊर्जा वृद्धि की दर को समय के साथ सर्वश्रेठ तरीके से प्रदर्शित करने वाला वक्र होगा : (प्रारम्भ में प्रेरण कुण्डली में धारा शून्य है)

(A*) 

(B) 

(C) 

(D) 

Sol. Rate of increment of energy in inductor = $\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} Li^2\right) = Li \frac{di}{dt}$

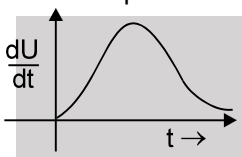
Current in the inductor at time t is:

$$i = i_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \text{and} \quad \frac{di}{dt} = \frac{i_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\therefore \quad \frac{dU}{dt} = \frac{Li_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

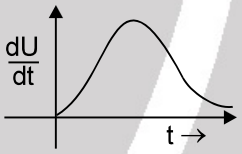
$$\frac{dU}{dt} = 0 \quad \text{at } t = 0 \text{ and } t = \infty$$

Hence E is best represented by :



Sol. प्रेरकत्व में ऊर्जा वृद्धि की दर = $\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} Li^2\right) = Li\frac{di}{dt}$

प्रेरकत्व में समय t पर धारा :



$$i = i_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \text{तथा} \quad \frac{di}{dt} = \frac{i_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

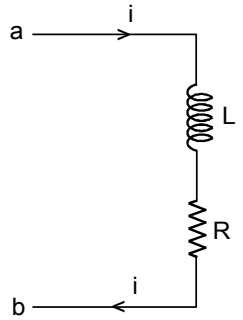
$$\therefore \quad \frac{dU}{dt} = \frac{Li_0^2}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\frac{dU}{dt} = 0 \quad t = 0 \text{ और } t = \infty \text{ पर}$$

इसलिए E को ग्राफ से अच्छी तरह प्रदर्शित किया जा सकता है :

14. **#** When the current in the portion of the circuit shown in the figure is 2A and increasing at the rate of 1A/s, the measured potential difference $V_a - V_b = 8V$. However when the current is 2A and decreasing at the rate of 1A/s, the measured potential difference $V_a - V_b = 4V$. The values of R and L are :

चित्र में दिखाए गए परिपथ के एक भाग में 2A धारा प्रवाहित हो रही है तथा यह 1A/s की दर से बढ़ रही है, तो विभवान्तर $V_a - V_b = 8V$ मापा जाता है। जब धारा 2A हो तथा यह 1A/s की दर से घट रही हो तो, विभवान्तर $V_a - V_b = 4V$ मापा जाता है तो R तथा L के मान है :



(A*) 3 ohm and 2 Henry respectively
(B) 2 ohm and 3 Henry respectively
(C) 10 ohm and 6 Henry respectively
(D) 6 ohm and 1 Henry respectively

(A*) क्रमशः 3 ओम तथा 2 हेनरी
(B) क्रमशः 2 ओम तथा 3 हेनरी
(C) क्रमशः 10 ओम तथा 6 हेनरी
(D) क्रमशः 6 ओम तथा 1 हेनरी

Sol. $V_{ab} = L\frac{dI}{dt} + IR$

$8 = L \times 1 + 2 \times R$

$4 = -L \times 1 + 2 \times R$

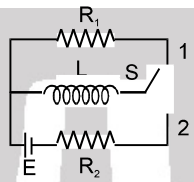
Solving the above equations समीकरण हल करने पर प्राप्त होगा

we get $R = 3\Omega$

$L = 2H.$

15.# In the circuit shown switch S is connected to position 2 for a long time and then joined to position 1. The total heat produced in resistance R_1 is :

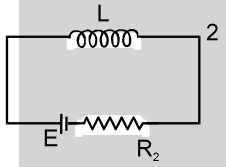
एक विद्युत परिपथ में स्विच S को एक लम्बे समय तक स्थिति '2' में जोड़ने के बाद, स्थिति '1' में जोड़ा गया है। प्रतिरोध R_1 में उत्पन्न कुल ऊष्मा होगी :



(A*) $\frac{L\ E^2}{2R_2^{\ 2}}$ (B) $\frac{L\ E^2}{2R_1^{\ 2}}$ (C) $\frac{L\ E^2}{2R_1R_2}$ (D) $\frac{L\ E^2(R_1+R_2)^2}{2R_1^{\ 2}R_2^{\ 2}}$

Sol. When the key is at position (2) for a long time ; the energy stored in the inductor is :

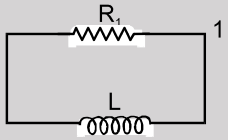
जब स्विच S एक लम्बे समय से (2) पर है, तब प्रेरण में संचित ऊर्जा होगी :



$U_B = \frac{1}{2}Li_0^2 = \frac{1}{2}.L.\left(\frac{E}{R_2}\right)^2 = \frac{L.E.^2}{2R_2^{\ 2}}$

This whole energy will be dissipated in the form of heat when the inductor is connected to R_1 and no source is connected.

यह सम्पूर्ण ऊर्जा R_1 प्रतिरोध को प्रेरक से जोड़ने पर ऊष्मा ऊर्जा के रूप में क्षय हो जाएगी, जब कोई स्रोत परिपथ में नहीं है।



Hence (A).

16. Two identical coils each of self-inductance L, are connected in series and are placed so close to each other that all the flux from one coil links with the other. The total self-inductance of the system is :

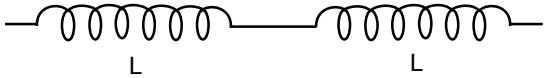
[Olympiad (State-1) 2017]

दो एक समान कुण्डलियाँ प्रत्येक का स्वप्रेरकत्व L श्रेणी क्रम में जुड़ी हुई तथा एक–दूसरे के इतनी पास रखी है कि सारा फ्लक्स एक कुण्डली का दूसरी कुण्डली से जुड़ा है। निकाय का कुल स्वप्रेरकत्व है

(A) L (B) 2L (C) 3L (D*) 4L

Ans. (D)

Sol.

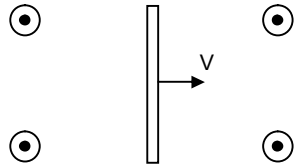


$M = k\sqrt{L_1L_2} = L$

$\phi = LI + LI + 2mI = 4\ LI = LeqI$

$Leq = 4L$

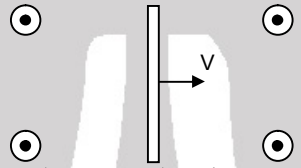
17. A neutral metal bar moves at a constant velocity v to the right through a region of uniform magnetic field directed out the page, as shown. Therefore,



[Olympiad (State-1) 2017]

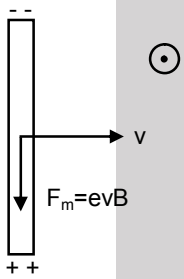
(A) positive charges accumulate to the left side and negative charges to the right side of the rod
(B) negative charges accumulate to the left side and positive charges to the right side of the rod.
(C) positive charges accumulate to the top end and negative charges to the bottom end of the rod
(D*) negative charges accumulate to the top end and positive charges to the bottom end of the rod

एक उदासीन धातु छड़ एक नियत वेग v पर कागज के तल के बाहर की ओर निर्देशित एक समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में माध्यम से दांयी ओर गति करता है, इसलिए



(A) धनावेश बांयी ओर तथा ऋणावेश दांयी ओर संचित होता है
(B) ऋणावेश बांयी ओर तथा धनावेश दांयी ओर संचित होता है
(C) धनावेश ऊपरी सिरे पर तथा ऋणावेश तल में संचित होता है।
(D) ऋणावेश ऊपरी सिरे पर तथा धनावेश तल में संचित होता है।

Sol.



PART - II : NUMERICAL VALUE

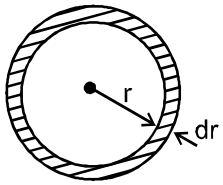
भाग - II : संख्यात्मक प्रश्न (NUMERICAL VALUE)

1. A plane spiral with a great number N of turns wound tightly to one another is located in a uniform magnetic field perpendicular to the spiral's plane. The outside radius of the spiral's turns is equal to 'a' and inner radius is zero. The magnetic induction varies with time as $B = B_0 \sin \omega t$, where B_0 and ω are constants. The amplitude of emf induced in the spiral is $\varepsilon_{im} = \frac{1}{x}\pi a^2 N \omega B_0$. Find out value of x.

एक सर्पिलाकार तलीय कुण्डली में अत्यधिक N घेरे है। यह एक दूसरे से दृढ़ता से लपेटे हुए है तथा सर्पिलाकार तल के लम्बवत् स्थित एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित है। सर्पिलाकार घेरों में बाहरी घेरे की त्रिज्या 'a' है तथा आन्तरिक घेरे की त्रिज्या शून्य है। चुम्बकीय प्रेरण समय के साथ सम्बन्ध $B = B_0 \sin \omega t$ द्वारा परिवर्तित हो रहा है जहां B_0 तथा ω नियतांक है। सर्पिलाकार कुण्डली में प्रेरित वि०वा०बल का आयाम $\varepsilon_{im} = \frac{1}{x}\pi a^2 N \omega B_0$ हो तो x का मान ज्ञात करो ?

Ans. **3**

Sol.



$$d\varepsilon = -\frac{Ndr}{a} \times \pi r^2 . \frac{dB}{dt}$$

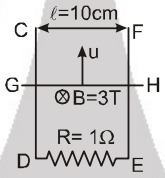
here यहाँ $\frac{dB}{dt} = B_o \omega \cos \omega t$ $\quad d\varepsilon = -\frac{N}{a} \pi r^2 . B_o \omega \cos \omega t \, dr$

$\varepsilon = \int d\varepsilon = \frac{B_o \omega \pi N \cos\omega t}{a}$ $\qquad \varepsilon = -\frac{B_o \omega \pi N \cos\omega t}{a}\left[\frac{r^3}{3}\right]_o^a$

$\varepsilon = -\frac{B_o \omega \pi N \cos\omega t . a^2}{3}$ $\qquad$ Amplitude आयाम $\varepsilon_o = \frac{1}{3}\pi a^2 N \omega B_o$ $\qquad$ x = 3 **Ans.**

2. In the figure, CDEF is a fixed conducting smooth frame in vertical plane. A conducting uniform rod GH of mass 'm' = 1 g can move vertically and smoothly without losing contact with the frame. GH always remains horizontal. It is given velocity 'u = 1 m/s' upwards and released. Taking the acceleration due to gravity as 'g' and assuming that no resistance is present other than 'R'. Time taken by rod to reach the highest point is equal to $\frac{\ell n 10}{x}$ second. Find out value of x.

चित्र में CDEF एक घर्षण रहित जड़वत् चालक फ्रेम है जो उर्ध्व तल में रखा है। एक चालक समरूप छड़ GH जिसका द्रव्यमान 'm' = 1 g है, उर्ध्वाधर चल सकती है। यह छड़ फ्रेम से संपर्क तोड़े बिना घर्षणरहित चल सकती है। GH हमेशा क्षैतिज रहती है। इस छड़ को ऊपर की ओर 'u = 1 m/s' वेग देकर छोड़ा जाता है। और यहां गुरूत्व त्वरण 'g' है और 'R' के अलावा कोई प्रतिरोध परिपथ में नहीं है। छड़ द्वारा उच्चतम बिन्दु पर पहुँचने में लिया गया समय $\frac{\ell n 10}{x}$ sec हो तो x का मान ज्ञात करो -



Ans. 90

Sol. Let v be the speed of rod at any line. Then the equivalent and free body diagram of rod are shown in figure (A) and figure (B) respectively.
किसी समय छड़ का वेग v है (माना) तब तुल्य परिपथ और स्वतंत्र वस्तु चित्र (F.B.D.) (A) और (B) में क्रमशः दिखाया गया है

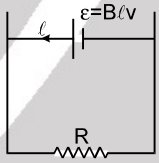


Figure (A)

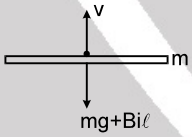


Figure (B)

Applying newton's second law to rod
न्यूटन की गति का दूसरा नियम लागू करने पर

$$\frac{mdv}{dt} = -(mg + Bil) \qquad .....(1)$$

where जहाँ $\quad i = \frac{B\ell v}{R}$ $\qquad .....(2)$

from equation (1) and (2) $\qquad$ समीकरण (1) व (2) से

$$\frac{mdv}{dt} = -\left(mg + \frac{B^2\ell^2 v}{k}\right)$$

integrating between proper limits we get $\int_u^0 \frac{m\ dv}{mg + \frac{B^2\ell^2 v}{R}} = \int_0^t - \ dt$

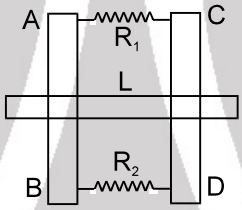
उचित सीमाओं में समाकलित करने पर $\int_u^0 \frac{m\ dv}{mg + \frac{B^2\ell^2 v}{R}} = \int_0^t - \ dt$

$$t = \frac{m\ R}{B^2\ell^2}\ \ell n\ \frac{mg + \dfrac{B^2\ \ell^2\ u}{R}}{mg}$$ **Ans.**

Put values $t = \frac{\ell n 10}{90}$ x = 90

3.# Two parallel vertical metallic rails AB and CD are separated by 1 m. They are connected at the two ends by resistance R_1 and R_2 as shown in the figure. A horizontal metallic bar L of mass 0.2 kg slides without friction, vertically down the rails under the action of gravity. There is a uniform horizontal magnetic field of 0.6T perpendicular to the plane of the rails. It is observed that when the terminal velocity is attained, the power dissipated in R_1 and R_2 are 0.76 W and 1.2 W respectively. If the terminal velocity of bar L is x m/s and R_1 is y Ω and R_2 is ZΩ then find the value of x + 76y + 10z. (g = 9.8 m/s^2)
दो समान्तर उर्ध्वाधर धातुओं की पटरियां AB तथा CD एक दूसरे से 1 m की दूरी पर है। चित्रानुसार इनके दोनों सिरे प्रतिरोध R_1 तथा R_2 से जुड़े है। 0.2 kg की धात्विक छड़ L, गुरूत्व के प्रभाव में पटरियों पर उर्ध्वाधर नीचे की ओर बिना घर्षण के फिसल रही है। यहां 0.6T का समरूप क्षैतिज चुम्बकीय क्षेत्र पटरियों के तल के लम्बवत् विद्यमान है। जब यह सीमान्त वेग प्राप्त करती है तो R_1 तथा R_2 में शक्ति व्यय क्रमशः 0.76 W तथा 1.2 W है। यदि छड़ L का सीमान्त वेग x m/s तथा R_1 का मान y Ω व R_2 का मान ZΩ हो तो x + 76y + 10z का मान ज्ञात कीजिए। (g = 9.8 m/s^2)

Ans. 40



Sol. For terminal velocity, सीमान्त वेग के लिए,

Mg = ILB

here यहाँ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{BV_0L}{R_{eq}}$

$$Mg = \frac{B^2L^2V_0}{R_1R_2/R_1+R_2}$$

$$V_0 = Mg.\ \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\ \frac{1}{B^2L^2} \quad ....(i)$$

Given that दिया गया है

$I_1^2\ R_1 = 0.76$ ......(ii)

& $I_2^2\ R_2^2 = 1.2$ ......(iiii)

where जहाँ $I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1}$ and $I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2}$

Solve (i), (ii) and (iii) समीकरण (i), (ii) तथा (iii) को हल करें

method II (Better sol.)

power of gravitational force गुरूत्वाकर्षण बल की शक्ति = $P_1 + P_2$

mg V_T = 0.76 + 1.20

So अतः, V_T = 1 m/s

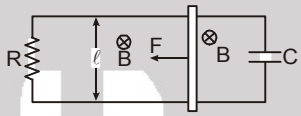
$\varepsilon = BV_T\ell = 0.6$ volt $\quad P_1 = \frac{\varepsilon^2}{R_1} \quad \therefore R_1 = \frac{\varepsilon^2}{P_1} = \frac{(0.6)^2}{0.76}$

$R_1 = \frac{36}{76}\ \Omega$ $\quad$ similarly इसी प्रकार $R_2 = \frac{0.36}{1.20} = \frac{3}{10}\Omega$

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{30}{19}$

4. Two parallel long smooth conducting rails separated by a distance ℓ = 10 cm are connected by a movable conducting connector of mass m = 4mg. Terminals of the rails are connected by the resistor R = 2Ω & the capacitor C = 1μF as shown. A uniform magnetic field B = 20T perpendicular to the plane of the rails is switched on. The connector is dragged by a constant force F=10N. The speed of the connector as function of time if the force F is applied at t = 0 is equal to $v = 5(1 - e^{-x\times10^4\times t})$ m/s .Find the value of x.

दो समान्तर चालक चिकनी पटरियां एक दूसरे से ℓ = 10 cm दूरी पर है तथा m = 4mg द्रव्यमान के चलायमान चालक संयोजक से जुड़ी है। चित्रानुसार पटरियों के अन्तिम सिरे प्रतिरोध R = 2Ω तथा संधारित्र C = 1μF से जुड़े है। पटरियों के तल के लम्बवत् एक समरूप चुम्बकीय क्षेत्र B = 20T चालू किया जाता है। संयोजक पर नियत बल F=10N कार्य करता है। यदि t = 0 पर F बल आरोपित करने पर संयोजक का समय के फलन में वेग $v = 5(1 - e^{-x\times10^4\times t})$ m/s हो तो x का मान ज्ञात करो



Ans. 25

Sol. $F - I\ell B = ma$

$$F - \left[\frac{Bv\ell}{R} + c\frac{d}{dt}Bv\ell\right] \ell B = ma$$

$$F - \frac{Bv\ell}{R} \times \ell B = ma + C\ell^2 B^2 a$$

$$F - \frac{B^2\ell^2}{R}v = (m + C\ell^2 B^2)\frac{dv}{dt}$$

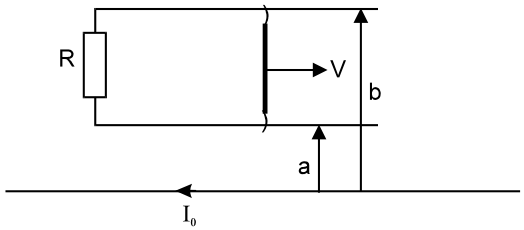
$$\int_0^v \frac{dv}{F - \frac{B^2\ell^2}{R}v} = \frac{1}{(m + C\ell^2B^2)}\int_0^t dt\,.$$

$$v = \frac{FR}{B^2\ell^2}\left(1 - e^{\left[\frac{-B^2\ell^2 t}{R(m + B^2\ell^2 C)}\right]}\right),$$

Put values v = $v = 5(1 - e^{-25\times10^4\times t})$

5.# A long straight wire carries a current I_0. At distance a and b = 3a from it there are two other wires, parallel to the former one, which are interconnected by a resistance R (figure). A connector slides without friction along the wires with a constant velocity v. Assuming the resistances of the wires, the connector, the sliding contacts, and the self-inductance of the frame to be negligible ;

एक लम्बे सीधे तार में I_0 धारा प्रवाहित हो रही है, चित्रानुसार इस तार के समान्तर एवं a तथा b = 3a दूरी पर दो अन्य तार रखे है। जो कि चित्रानुसार प्रतिरोध R द्वारा आपस में जुड़े है। एक संयोजक तारों के अनुदिश नियत वेग v से बिना घर्षण के फिसल रहा है। यह मानना है कि तार, संयोजक, सम्पर्क बिन्दु का प्रतिरोध तथा फ्रेम का स्वप्रेरकत्व नगण्य है –



The point of application (distance from the long wire) of magnetic force on sliding wire due to the long wire is $\frac{2a}{\ell nx}$ from long wire. Then findout value of x.

लम्बे तार के कारण फिसलने वाले तार पर लगने वाले चुम्बकीय बल का क्रिया बिन्दु (लम्बे तार से दूरी) लम्बे तार से $\frac{2a}{\ell nx}$ हो, तो x का मान ज्ञात करो

Ans. 3

Sol. $\int$(Torque of elementary force) = Torque of net force.

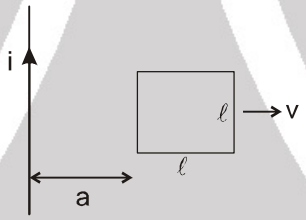
$\int$(मूल बलों का बलाघूर्ण) = परिणामी बल का बलाघूर्ण

$$\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} I\int\frac{xdx}{x} = F_0\,\bar{x} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} I\,\ell n\left(\frac{b}{a}\right)\bar{x}$$

$$\Rightarrow \quad \bar{x} = \frac{b-a}{\ell n(b/a)} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = \frac{2a}{\ell n3} \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

6.# A square metallic loop of side ℓ is placed near a fixed long wire carrying a current i (figure). The loop is moved towards right perpendicular to the wire with a speed v in the plane containing the wire and the loop. The emf induced in the loop when the rear end of the loop is at a distance $a = 2\ell$ from the wire is $\frac{\mu_0 iv}{x\pi}$. Find out value of x.

ℓ भुजा वाला एक वर्गाकार धात्विक लूप एक लम्बे एवं सीधे तार के समीप चित्रानुसार रखा हुआ है, तार से i धारा प्रवाहित हो रही है। लूप को, लूप एवं तार के तल में तथा तार के लम्बवत् दांयी ओर v वेग से चलाया जाता है। जब लूप का पिछला सिरा तार से $a = 2\ell$ दूरी पर है, तब लूप में प्रेरित वि०वा०बल $\frac{\mu_0 iv}{x\pi}$ हो तो x की गणना कीजिए।



Ans. 12

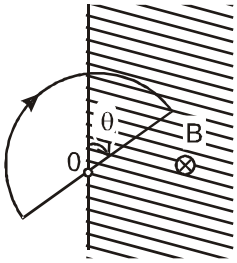
Sol. $EMF = -\frac{d\phi}{dt} = (B_2 - B_1)\ell v$

$$EMF = \ell v\left(\frac{\mu_0 i}{2\pi a} - \frac{\mu_0 i}{2\pi(a+\ell)}\right) = \frac{\mu i \ell^2 v}{2\pi a(a+\ell)}.$$

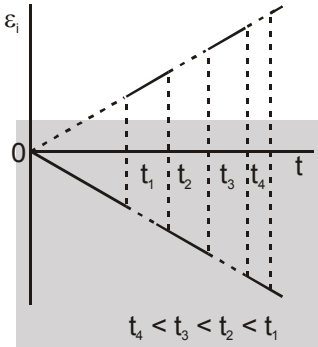
Put values x = 12

7.# A wire loop enclosing a semi-circle of radius a = 2cm is located on the boundary of a uniform magnetic field of induction B=1T (Figure). At the moment t = 0 the loop is set into rotation with a constant angular acceleration $\beta = 2$ rad/sec^2 about an axis O coinciding with a line of vector B on the boundary. The emf induced in the loop as a function of time t is $[x \times 10^{-4}(-1)^n \times t]$ volts, where n = 1, 2, ... is the number of the half-revolution that the loop performs at the given moment t. Find the value of x. (The arrow in the figure shows the emf direction taken to be positive, at t = 0 loop was completely outside)

त्रिज्या a = 2cm का अर्द्धवृत्ताकार तार लूप एक समान चुम्बकीय क्षेत्र B=1T की सीमा पर स्थिति है (चित्र)। t = 0 क्षण पर लूप नियत कोणीय त्वरण $\beta = 2$ rad/sec^2 से सतह पर सदिश रेखा B के सम्पाती अक्ष O के परितः घूमना शुरू करता है। लूप में प्रेरित वि०वा०बल समय t के फलन के रूप में $[x \times 10^{-4}(-1)^n \times t]$ V है, जहाँ n = 1, 2, ... है जो कि t समय पर लुप के अर्द्ध घुर्णनो की संख्या को प्रदर्शित करता है तो x का मान ज्ञात करो। (चित्र में तीर की दिशा, लिये गये वि०वा०बल की धनात्मक दिशा को दर्शाता है। (t = 0 लूप सम्पूर्ण बाहर था))



Ans. 4



$t_4 < t_3 < t_2 < t_1$

Sol. Flux फ्लक्स $= \phi = \vec{A}\cdot\vec{B} = -\left(\frac{a^2}{2}\theta\right)$ B

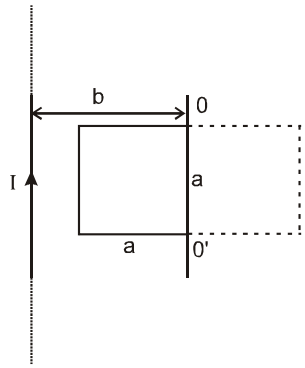
$$\phi = -\frac{a^2}{2}\left(\frac{\beta t^2}{2}\right) \text{ B}$$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{a^2 B\beta t}{2}(-1)^n$$

Put values x = 4

8.# A square wire frame (initially current is zero) with side a and a straight conductor carrying a constant current I are located in the same plane (figure). The inductance and the resistance of the frame are equal to L and R respectively. The frame was turned through 180° about the axis OO' separated from the current-carrying conductor by a distance b = 2a. The total electric charge having flown through the frame if i = 0 at t = 0 in the loop is equal to $\frac{\mu_0 aI}{2\pi R}\ell nx$. Find the value of x.

भुजा a का वर्गाकार तार फ्रेम एवं I नियत धारा प्रवाही सीधा चालक तार एक तल में स्थित है। (चित्र)। (फ्रेम में प्रारम्भिक धारा शून्य है) फ्रेम का प्रेरकत्व एवं प्रतिरोध क्रमशः L तथा R है। धारा प्रवाही चालक से b = 2a दूरी पर स्थित अक्ष OO' के परितः फ्रेम को 180° से घुमाते है। यदि t = 0 पर i = 0 हो तो फ्रेम से बहने वाला कुल आवेश $\frac{\mu_0 aI}{2\pi R}\ell nx$ हो तो x का मान ज्ञात करो।



Ans. 3

Sol. $q = \int I dt$

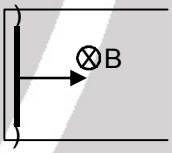
$q = \int \frac{1}{R}\frac{d\phi}{dt}dt \quad q = \frac{\Delta\phi}{R}$

$q = \frac{\mu_0 aI}{2\pi R}\ell n\frac{b+a}{b-a}$

Put values x = 3

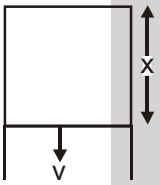
9. **#** A Π-shaped conductor is located in a uniform magnetic field perpendicular to the plane of the conductor and varying with time at the rate $\frac{dB}{dt}$ = 0.10 T/s. A conducting connector starts moving with a constant acceleration w = 10 cm/s^2 along the parallel bars of the conductor. The length of the connector is equal to ℓ = 20 cm. Find the emf induced (in mV) in the loop t = 2.0 s after the beginning of the motion, if at the moment t = 0 the loop area and the magnetic induction (B) are equal to zero. The self inductance of the loop is to be neglected.

एक Π-की आकृति का चालक, एक समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित है। चुम्बकीय क्षेत्र चालक के तल के लम्बवत् है तथा $\frac{dB}{dt}$ = 0.10 T/s की दर से समय के साथ परिवर्तित हो रहा है। एक चालक संयोजक, समान्तर चालक छड़ो के अनुदिश w = 10 cm/s^2 के नियत त्वरण से गति करना प्रारम्भ करता है। संयोजक की लम्बाई ℓ = 20 cm है। यदि t = 0 s पर लूप का क्षेत्रफल तथा चुम्बकीय प्रेरण (B) शून्य हो तो गति प्रारम्भ होने के t = 2 पश्चात् लूप से प्रेरित वि०वा०बल (mV में) ज्ञात करो ? लूप के स्वप्रेरकत्व को नगण्य मानना है।



Ans. 12

Sol.

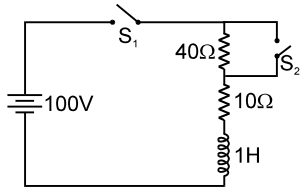


$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = A\frac{dB}{dt} + B\frac{dA}{dt} = (\ell x)\frac{dB}{dt} + B(V\ell)$

$\varepsilon_i = 3/2\ \omega\ell\frac{dB}{dt}t^2 = 12$ mV.

10. **#** In the circuit diagram shown in the figure the switches S_1 and S_2 are closed at time t = 0. After time t = (0.1) ℓn 2 sec, switch S_2 is opened. The current in the circuit at time, t = (0.2) /n 2 sec is equal to $\frac{x}{32}$ amp. Findout value of x.

चित्र में दिखाए परिपथ में समय t = 0 पर कुंजियाँ S_1 व S_2 बन्द है। समय t = (0.1) ℓn 2 sec, पश्चात् कुंजी S_2 को खोलते है। परिपथ में समय t = (0.2) /n 2 sec. पर धारा $\frac{x}{32}$ amp हो तो x का मान ज्ञात करो।



Ans. 67

Sol. $i = i_0 [1 - e^{-tR/\ell}]$

when S_1 and S_2 are closed then at $t = 0.1\ \ell n\ 2$

जब $t = 0.1\ \ell n\ 2$ पर S_1 व S_2 चालू किये जाते है

$$i = \frac{100}{10}\left[1 - e^{-\frac{10\times 0.1\ell n2}{1}}\right]$$

$$i = 10\left[1 - \frac{1}{2}\right] = 5A.$$

when S_2 is opened after that at $t = 0.2\ell n2 - 0.1\ell n2$

जब $t = 0.2\ell n2 - 0.1\ell n2$ पर S_2 को खोला जाता है

$$i' = \frac{100}{50}\left[1 - e^{-\frac{50\times 0.1}{1}\ell n2}\right] + 5e^{\frac{-50\times 0.1\ \ell n\ 2}{1}};\ i' = 2\times\left[1 - \frac{1}{32}\right] + \frac{5}{32};\ i' = 2\times\frac{31}{32} + \frac{5}{32} = \frac{67}{32}A$$

11. A closed circuit consists of a source of constant emf E and a choke coil of inductance L connected in series. The active resistance of the whole circuit is equal to R. It is in steady state. At the moment t = 0 the choke coil inductance was decreased abruptly 4 times. The current in the circuit as a function of time t is $\frac{E}{R}[1 + xe^{-4tR/L}]$. Findout value of x.

एक बन्द परिपथ में नियत वि०वा०बल E का स्त्रोत तथा L प्रेरकत्व की चोक कुण्डली श्रेणीक्रम में जुड़ी है। पूरे परिपथ का सक्रिय प्रतिरोध R के बराबर है। यह स्थायी अवस्था में है। t = 0 क्षण पर चोक कुण्डली का प्रेरकत्व तेजी से 4 गुना घट जाता है। परिपथ में धारा को समय t के फलन के रूप में $\frac{E}{R}[1 + xe^{-4tR/L}]$ द्वारा प्रदर्शित किया जाये तो x का मान ज्ञात करो।

Ans. 3

Sol. We write the equation of the circuit as, $Ri + \frac{L}{\eta}\frac{di}{dt} = \xi$

for $t \geq 0$. The current at t = 0 just after inductance is changed, is $i = \eta\frac{\xi}{R}$, so that the flux through the inductance is unchanged.

We look for a solution of the above equation in the form

$$i = A + Be^{-t/C}$$

substituting $C = \frac{L}{\eta R}$, $B = \eta - 1$, $A = \frac{\xi}{R}$.

Thus, $i = \frac{\xi}{R}(1 + (\eta - 1)\, e^{-\eta Rt/L})$.

Put values x = 3

हल. $t \geq 0$. के लिए परिपथ की समीकरण निम्न रूप में लिखी जाएगी

$$Ri + \frac{L}{\eta}\frac{di}{dt} = \xi$$

t = 0 पर प्रेरकत्व में परिवर्तन के ठीक पश्चात

$i = \eta\frac{\xi}{R}$, है अतः प्रेरकत्व से फ्लक्स परिवर्तन अपरिवर्तित रहता है। उपर्युक्त समीकरण का हल

$$i = A + Be^{-t/C}$$

रूप में प्राप्त करेगे। $C = \frac{L}{\eta R}$, $B = \eta - 1$, $A = \frac{\xi}{R}$ प्रतिस्थापित करने पर

अतः $i = \frac{\xi}{R}(1 + (\eta - 1)\, e^{-\eta Rt/L})$.

12. A very small circular loop of radius 'a' is initially coplanar & concentric with a much larger circular loop of radius b (>> a). A constant current I is passed in the large loop which is kept fixed in space & the small loop is rotated with constant angular velocity ω about a diameter. The resistance of the small loop is R & its inductance is negligible. The induced emf in the large loop due to current induced in smaller loop as a function of time is equal to $\frac{1}{x}\left(\frac{\pi a^2\mu_0\omega}{b}\right)^2\frac{I\cos 2\omega t}{R}$. Findout value of x.

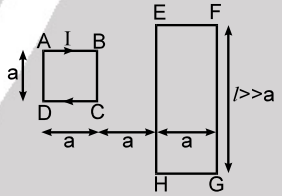
a त्रिज्या का एक बहुत छोटा लूप प्रारम्भ में b (>>a) त्रिज्या के अपेक्षाकृत बड़े लूप के साथ संकेन्द्रीय रूप से समान तल में रखा हुआ है। बड़े लूप, जोकि स्थिर रखा जाता है, में नियत धारा I प्रवाहित की जाती है तथा छोटे लूप को इसके व्यास के परितः नियत कोणीय वेग ω से घुमाया जाता है। छोटे लूप का प्रतिरोध R है तथा इसका प्रेरकत्व नगण्य है। छोटे लूप में प्रेरित धारा के कारण बड़े लूप में समय के फलन के रूप में प्रेरित वि.वा.बल $\frac{1}{x}\left(\frac{\pi a^2\mu_0\omega}{b}\right)^2\frac{I\cos 2\omega t}{R}$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिये।

Ans. 4

Sol. EMF वि० वा० बल $= -\frac{d\phi}{dt} = \left(\frac{\pi a^2\mu_0\omega}{2b}\right)^2\frac{I\cos 2\omega t}{R}$.

13.# In the figure shown two loops ABCD & EFGH are in the same plane. The smaller loop carries time varying current I = bt, where b is a positive constant and t is time. The resistance of the smaller loop is r and that of the larger loop is R : (Neglect the self inductance of large loop)

चित्रानुसार दो लूप ABCD तथा EFGH समान तल में है। छोटे लूप में धारा समय के साथ, I = b t के अनुसार बदलती है,जहाँ b धनात्मक नियतांक तथा t समय है। छोटे लूप का प्रतिरोध r व बड़े लूप का R है। (बड़े लूप का स्वप्रेरण नगण्य मानते हुए)



The magnetic force on the loop EFGH due to loop ABCD is $\frac{\mu_0^2\,Iab}{x\,\pi^2\,R}\,\ell n\,\frac{4}{3}$. Findout value of x.

लूप EFGH पर लूप ABCD के कारण चुम्बकीय बल $\frac{\mu_0^2\,Iab}{x\,\pi^2\,R}\,\ell n\frac{4}{3}$ हो तो x का मान ज्ञात करो ।

Ans. 12

Sol. $i' = \frac{EMF}{R} = -\frac{d\phi}{Rdt} = -\frac{d\int Bds}{Rdt} = \frac{\mu_0\,ab}{2\pi R}\,\ell n\frac{4}{3}$

$F = \int BId\ell = \frac{\mu_0^2\,Iab}{12\,\pi^2\,R}\,\ell n\,\frac{4}{3}$.

14. A solenoid of length 1 m, area of cross-section 4.0 cm^2 and having 4000 turns is placed inside another solenoid of 2000 turns having a cross-sectional area 6 cm^2 and length 2 m. The mutual inductance between the solenoids is $x\,\pi \times 10^{-5}$ H. Findout value of x.

1 m लम्बी 4.0 cm^2 अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल और 4000 फेंरो वाली परिनालिका, एक अन्य परिनालिका के अन्दर रखी हुई है जिसकी लम्बाई 2m, अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल 6 cm^2 और फेरों की संख्या 2000 है। परिनालिकाओं के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व $x\,\pi \times 10^{-5}$ H हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।

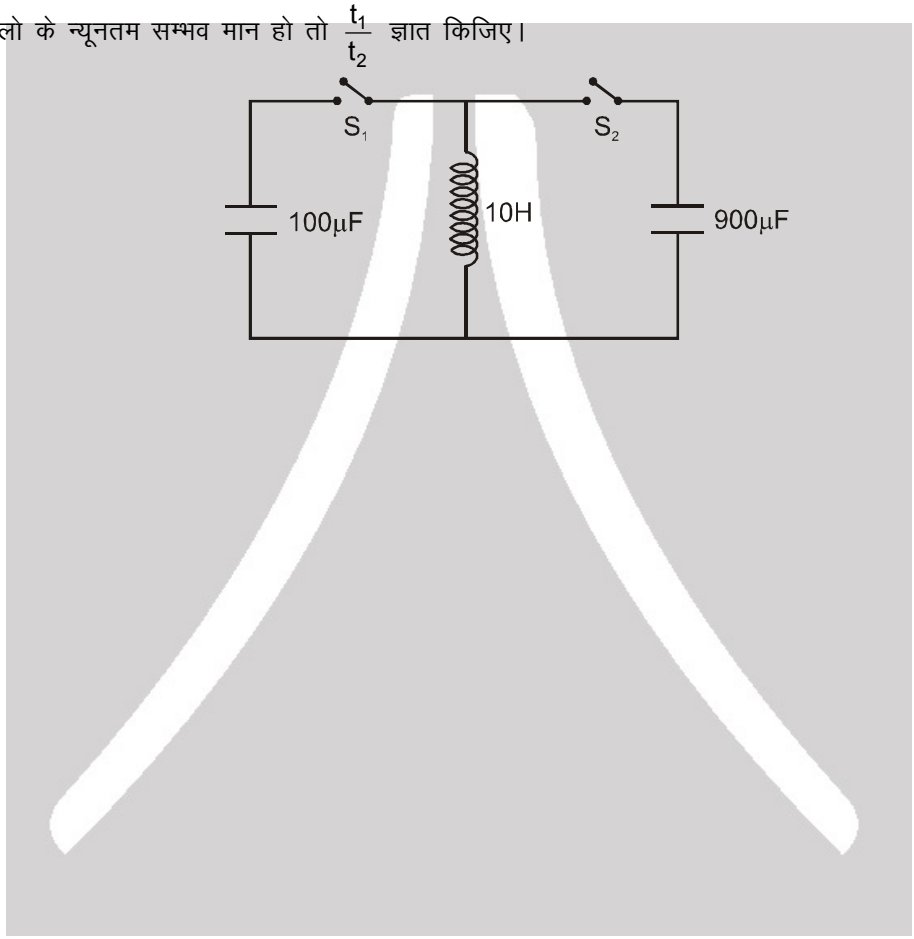
Ans. 64

Sol. $f_2 = \mu_0 n_1 I_1 \times A_2 N_2$

$$M = \frac{\phi_2}{I_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A_2}{\ell_1} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 4000 \times 2000 \times 4 \times 10^{-4}}{200 \times 10^{-2}} = 6.4\ \pi \times 10^{-4}\ H$$

15. Initially the 900 μF capacitor is charged to 100 V and the 100 μF capacitor is uncharged in the figure shown. Then the switch S_2 is closed for a time t_1, after which it is opened and at the same instant switch S_1 is closed for a time t_2 and then opened. It is now found that the 100 μF capacitor is charged to 300 V. If t_1 and t_2 minimum possible values of the time intervals, then findout $\frac{t_1}{t_2}$.

प्रारंभ में 900 μF का संधारित्र 100 V तक आवेशित है और 100 μF का संधारित्र चित्रानुसार निरावेशित है। कुंजी S_2 को समय t_1 के लिए बन्द किया गया है तत्पश्चात इसे असंपर्कित करते है व तत्काल कुंजी S_1 को t_2 समय के लिए बन्द करते है व फिर असंपर्कित करते है तब यह पाया गया कि 100 μF का संधारित्र 300 V तक आवेशित है तो t_1 व t_2 समयान्तरालो के न्यूनतम सम्भव मान हो तो $\frac{t_1}{t_2}$ ज्ञात किजिए।



Ans. 3

Sol. Initial energy stored in the 900μF capacitor is
900μF संधारित्र में संग्रहित ऊर्जा

$V_1 = 1/2 \times 900 \times 10^{-6} \times (100)^2 = 4.5$ J

Finally, energy stored in the 100μF capacitor is
100μF संधारित्र में संग्रहित अंतिम ऊर्जा

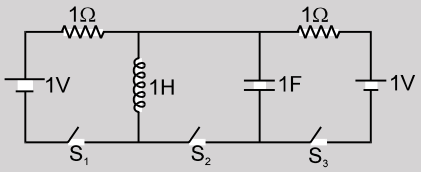
$V_2 = 1/2 \times 100 \times 10^{-6} \times (300)^2 = 4.5$ J

This shows that all the energy of the 900μF capacitor has been transferred to 100μF capacitor. This has been accomplished by first converting electrical energy of 900μF capacitor into magnetic energy in the inductor and then converting this energy into electrical energy once again using S_2 and S_1 appropriately. In a LC circuit the transfer of electrical energy into magnetic energy and vice versa takes place in a time T/4 where $T = 2\pi\sqrt{LC}$ is the time period of the electrical oscillations. Thus
900μF संधारित्र की समस्त ऊर्जा 100μF संधारित्र को स्थांतरित हो गई है यह 900μF संधारिख में संग्रहित वैद्युत उर्जा पहले प्रेरकत्व में चुम्बकीय उर्जा के रूप में संग्रहित होती है व पुनः वैद्युत उर्जा में परिवर्तन होता है। S_2 व S_1 के उपयुक्त प्रयोग से LC परिपथ में वैद्युत से चुम्बकीय उर्जा व विपरीत क्रम में रूपांतरण T/4 समय मे होता है जहां $T = 2\pi\sqrt{LC}$ वैद्युत दोलन का आवर्तकाल है अतः

$T_1 = 2\pi\sqrt{10 \times 900 \times 10^{-6}} = 0.6$s and ओर $T_2 = 2\pi\sqrt{10 \times 100 \times 10^{-6}} = 0.2$s

Therefore, switch S_2 is first closed for time 0.6/4 = 0.15s, during which time the 900 μF capacitor gets fully discharged and the current in the inductor is fully established. Next, the switch S_2 is opened and simultaneously switch S_1 is closed for time 0.2/4 = 0.05 s during which time the current in the inductor disappears and the 100μF capacitor gets fully charged. After this time, the switch S_1 is also opened. The 100 μF capacitor is now charged to 300 V.
अतः कुंजि S_2 को 0.6/4 = 0.15s के लिए बन्द किया जाता है इस दौरान 900 μF संधारित्र पूर्ण निरावेशित हो जाता है प्रेरकत्व में धारा पूर्णतः स्थापित हो जाता है अब S_2 खोली जाती है उसी समय कुंजी S_1 बन्द कर दी जाती है t = 0.2/4 = 0.05 s के लिए जिस दौरान प्रेरकत्व में धारा लूप्त हो जाती है व 100μF संधारित्र पूर्णतः आवेशित हो जाती है। इस समय पश्चात कुंजि S_1 भी खोल दी जाती है 100 μF का संधारित्र अब 300 V पर आवेशित किया जाता है।
Thus अतः $t_1 = 0.15$s and ओर $t_2 = 0.05$ s

16. **#** In the circuit shown switches S_1 and S_3 have been closed for 1 sec and S_2 remained open. Just after 1 second is over switch S_2 is closed and S_1, S_3 are opened.
दिखाये गये परिपथ में कुंजियाँ S_1 तथा S_3, 1 सैकण्ड तक बन्द रखते है तथा S_2 को खुला रखते है। 1 सैकण्ड के ठीक बाद कुंजी S_2 को बन्द करते है तथा S_1, S_3 को खोलते है।



The charge on the upper plate of the capacitor as function of time taking the instant of switching on of S_2 and switching off all the switches to be t = 0 is $q = x \times 10^{-2} \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$. Findout value of x. (Given $\left(1 - \frac{1}{e}\right)\sqrt{2} \cong 0.89$)

S_2 को चालू करने के क्षण तथा सभी कुंजियों के बन्द करने के क्षण को t = 0 मानते हुए संधारित्र की ऊपरी प्लेट का आवेश समय के फलन के रूप में $q = x \times 10^{-2} \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$ हो तो x का मान ज्ञात करो। (दिया है $\left(1 - \frac{1}{e}\right)\sqrt{2} \cong 0.89$)

Ans. 89

Sol. $\tau_C = \tau_L = 1$ sec.

$q_C = (1 - e^{-t})$, $i_L = (1 - e^{-t})$

$U_i = U_f \Rightarrow \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} Li_m^2$

$\Rightarrow 1\,(1-e^{-1})^2 + 1\,(1-e^{-1})^2 = i_m^2$

$\Rightarrow i_m = \sqrt{2}\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ A

$\frac{1}{2}\frac{q_m^2}{c} = \frac{1}{2} Li_m^2 \quad \Rightarrow q_m = \sqrt{2}\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ Coul.

$q = q_m \cos(\omega t + \phi) \quad \Rightarrow (1-e^{-1}) = \sqrt{2}\,(1-e^{-1})\cos\phi \quad \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{4}$

Hence $q = \sqrt{2}\,(1-e^{-1})\cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$

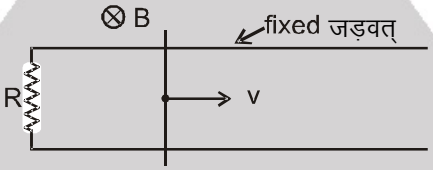
$\sqrt{2}\,(1-e^{-1})\cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right) = 0.89\cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$ **Ans.**

PART - III : ONE OR MORE THAN ONE OPTIONS CORRECT TYPE

भाग - III : एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार

1.*# A resistance R is connected between the two ends of the parallel smooth conducting rails. A conducting rod lies on these fixed horizontal rails and a uniform constant magnetic field B exists perpendicular to the plane of the rails as shown in the figure. If the rod is given a velocity v and released as shown in figure, it will stop after some time, which option are correct:

एक प्रतिरोध R को दो समान्तर चिकनी चालक पटरियों के बीच जोड़ा जाता है। एकचालक छड़ उन स्थिर जड़वत् (fixed) क्षैतिज पटरियों पर रखी है तथा एक समान नियत चुम्बकीय क्षेत्र B पटरियों के तल के लम्बवत् चित्रानुसार विद्यमान है। यदि छड़ को चित्रानुसार वेग V देकर छोड़ दिया जाता है तो यह कुछ समय बाद रूक जायेगी। तो निम्न में से कौनसे विकल्प सही है।



(A) The total work done by magnetic field is negative.
चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा किया गया कुल कार्य ऋणात्मक है।

(B) The total work done by magnetic field is positive.
चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा किया गया कुल कार्य धनात्मक है।

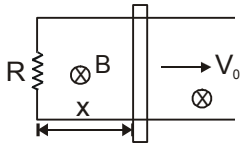
(C*) The total work done by magnetic field is zero.
चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा किया गया कुल कार्य शून्य है।

(D*) loss in kinetic energy of conducting rod is equal to heat generate between R.
चालक छड़ की गतिज ऊर्जा में हानि R के सिरों पर उत्पन्न ऊष्मा के तुल्य है।

Sol: Magnetic field cannot do work
चुम्बकीय क्षेत्र कार्य नही कर सकता।

2. *# A conducting rod of length ℓ is moved at constant velocity 'v_0' on two parallel, conducting, smooth, fixed rails, that are placed in a uniform constant magnetic field B perpendicular to the plane of the rails as shown in figure. A resistance R is connected between the two ends of the rail. Then which of the following is/are correct :

एक चालक छड़ जिसकी लम्बाई ℓ है दो समान्तर चालक घर्षण विहिन स्थिर पटरियो पर 'v_0' अचर वेग से चल रही है। तथा यह पटरिया, पटरियो के तल के लम्बवत् नियत तथा एक समान चुम्बकीय क्षेत्र B में चित्रानुसार रखी है। पटरियों के सिरो को एक प्रतिरोध R से जोड़ा गया है। तब निम्न में से कौन सही है/हैं :



(A*) The thermal power dissipated in the resistor is equal to rate of work done by external person pulling the rod.
(B*) If applied external force is doubled than a part of external power increases the velocity of rod.
(C) Lenz's Law is not satisfied if the rod is accelerated by external force
(D*) If resistance R is doubled then power required to maintain the constant velocity v_0 becomes half.
(A*) प्रतिरोध में उत्पन्न ऊष्मीय शक्ति बाह्य व्यक्ति द्वारा छड़ को खींचने में किये गये कार्य की दर के बराबर होगी।
(B*) अगर बाह्य बल को दुगना किया जाए तब, बाह्य शक्ति का कुछ भाग छड़ की चाल को बढ़ाता है।
(C) अगर बाह्य बल द्वारा छड़ को त्वरित किया जाए तब लैंज नियम वैद्य नहीं है।
(D*) अगर प्रतिरोध R को दुगना किया जाए तो छड़ को अचर वेग v_0 पर बनाये रखने के लिए आवश्यक शक्ति आधी हो जायेगी।

Sol. Rate of work done by external agent is :
बाह्य कारक द्वारा कार्य किये जाने की दर है :

$\frac{dw}{dt} = \frac{BIL.dx}{dt}$ = BILv & thermal power dissipated in the resistor = eI = (BvL) I

$\frac{dw}{dt} = \frac{BIL.dx}{dt}$ = BILv और ऊष्मीय ऊर्जा जो प्रतिरोध में क्षय हुई है = eI = (BvL) I

clearly both are equal, hence (A) .
दोनों बराबर है इसलिए (A)

If applied external force is doubled, the rod will experience a net force and hence acceleration. As a result velocity increases, hence (B)
अगर लगाया गया बल दुगना किया जाए तब छड़ पर एक परिणामी बल व त्वरण लगेगा। परिणाम स्वरूप वेग बढ़ता है, इसलिए (B)

Since ; $I = \frac{e}{R}$ चूँकि ; $I = \frac{e}{R}$

On doubling 'R', current and hence required power becomes half.
'R', को दुगना करने पर, धारा और आवश्यक शक्ति आधी रही जाएगी।
Since, P = BILv Hence (D).

3*. A conducting ring is placed in a uniform magnetic field with its plane perpendicular to the field. An emf is induced in the ring if
एक चालक वलय को समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में इस प्रकार रखा गया है कि इसका तल क्षेत्र के लम्बवत् है। वलय में वि. वा.बल प्रेरित होगा, यदि –

(A) it is rotated about its axis (B) it is translated
(C*) it is rotated about a diameter (D*) it is deformed
(A) इसको इसकी अक्ष के परितः घूर्णित किया जाये। (B) इसको स्थानांतरित किया जाये।
(C*) इसको व्यास के परितः घूर्णित किया जाये। (D*) इसको विरूपित किया जाये।

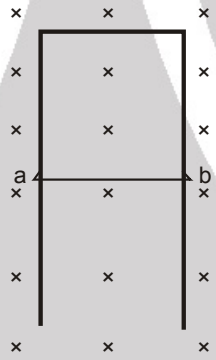
Sol. EMF is induced in the ring if there is change in flux which occurs either due to rotation about a diameter or due to its deformation.

हल. वलय में वि.वा.बल प्रेरित होगा यदि फ्लक्स में परिवर्तन हो जो कि इसके व्यास के पूरितः घूर्णन से या विरूपण से हो सकता हैं। इसलिए , P = BILv इसलिए (D).

4.* A conducting loop rotates with constant angular velocity about its fixed diameter in a uniform magnetic field in a direction perpendicular to that fixed diameter.
एक चालक लूप इसके जड़वत् व्यास के सापेक्ष नियत कोणीय वेग से समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में घूर्णन कर रहा है। चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा इसके स्थिर व्यास के लम्बवत् है।
(A*) The emf will be maximum at the moment when flux is zero.
जब फ्लक्स शून्य होगा तब वि०वा०बल अधिकतम होगा।
(B*) The emf will be '0' at the moment when flux is maximum.
जब फ्लक्स अधिकतम होगा तब वि०वा०बल शून्य होगा।
(C*) The emf will be maximum at the moment when plane of the loop is parallel to the magnetic field
जब लूप का तल चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर होगा तब वि०वा०बल अधिकतम होगा।
(D*) The phase difference between the flux and the emf is $\pi/2$
वि०वा०बल तथा फ्लक्स के मध्य कलान्तर $\pi/2$ है।

Sol. $e = -\frac{d\phi}{dt}$, $e = -\frac{dBA\sin\omega t}{dt} = -BAw\cos\omega t.$

5.*# A copper wire ab of length ℓ, resistance r and mass m starts sliding at t = 0 down a smooth, vertical, thick pair of connected condcuting rails as shown in figure. A uniform magnetic field B exists in the space in a direction perpendicular to the plane of the rails which opctions are correct.
ℓ लम्बाई, r प्रतिरोध और m द्रव्यमान वाला एक ताम्बे का तार ab, t = 0 पर चित्र में प्रदर्शित दो जुड़ी हुई उर्ध्वाधर एवं मोटी तथा चिकनी चालक पटरियों पर फिसलना प्रारम्भ करता है। इस स्थान पर पटरियों के तल के लम्बवत् दिशा में समरूप चुम्बकीय क्षेत्र B विद्यमान है। तो कौनसे विकल्प सत्य है।



(A*) The magnitude and direction of the induced current in the wire when speed of the wire v is $\frac{vB\ell}{r}$, a to b
जब तार v चाल से गतिशिल है तब तार में प्रेरित धारा का परिमाण $\frac{vB\ell}{r}$, तथा इस धारा की दिशा a से b

(B*) The downward acceleration of the wire at this instant $g-\frac{B^2\ell^2}{mr}v$.
इस क्षण तार का निचे की तरफ त्वरण $g-\frac{B^2\ell^2}{mr}v$ है .

(C*) The velocity of the wire as a function of time $v_m(1-e^{-gt/v_m})$,(where $v_m=\frac{mgr}{B^2\ell^2}$)
समय के फलन के रूप में तार का वेग $v_m(1-e^{-gt/v_m})$ है,(जहाँ $v_m=\frac{mgr}{B^2\ell^2}$)

(D*) The displacement of the wire as a function of time $v_mt-\frac{v_m^2}{g}(1-e^{-gt/v_m})$,(where $v_m=\frac{mgr}{B^2\ell^2}$)
समय के फलन के रूप में तार का विस्थापन $v_mt-\frac{v_m^2}{g}(1-e^{-gt/v_m})$ है,(जहाँ $v_m=\frac{mgr}{B^2\ell^2}$)

Sol. (A) $i = \frac{Bv\ell}{r}$ (a to b) (B) $mg - \frac{B^2\ell^2v}{r} = m\frac{dv}{dt}$ $\therefore$ $acc^n = \frac{dv}{dt} = g - \frac{B^2\ell^2v}{mr}$

$mg - Bi\ell = \frac{B\ell(Bv_m\ell)}{r}$, $v_m = \frac{mgr}{B^2\ell^2}$

(C) $\int_0^v \frac{dv}{g - \frac{B^2\ell^2v}{mr}} = \int_0^t dt$ $\therefore$ $v = v_m\left(1 - e^{\frac{-gt}{v_m}}\right)$

(D) $\frac{ds}{dt} = v$ $\int_0^s ds = \int_0^t v_m\left(1 - e^{\frac{-gt}{v_m}}\right)dt$

$s = v_mt - \frac{v_m^2}{g}\left(1 - e^{\frac{-gt}{v_m}}\right)$

(g) Heat produced per sec प्रति सेकण्ड उत्पन्न ऊष्मा $= i^2r = \left(\frac{B^2v_m^2\ell^2}{r^2}\right)r = mgv_m$

6*. A super conducting loop having an inductance 'L' is kept in a magnetic field which is varying with respect to time. If ϕ is the total flux, ε = total induced emf, then:
'L' प्रेरकत्व का एक अतिचालक लूप एक ऐसे चुम्बकीय क्षेत्र में रखा हुआ है जो समय के साथ परिवर्तित होता है। यदि ϕ कुल फ्लक्स तथा ε = कुल प्रेरित वि०वा०बल हो तो
(A*) ϕ = constant नियत (B) I = 0 (C*) $\varepsilon = 0$ (D) $\varepsilon \neq 0$

Sol. Magnetic lines of force do noy pass inside a super conducting loop
अतिचालक पाश से चु. बल रेखाए पारगमित
hence नही होती अतः $\varepsilon = 0$
$d\phi/dt = 0$ or या ϕ = constant. नियतांक

7.* An LR series circuit with a battery is connected at t =0. Which of the following quantities are zero just after the connection ?
LR श्रेणी क्रम परिपथ t = 0 पर बैटरी से जोड़ा जाता है। संयोजन के तुरन्त पश्चात् कौनसी राशियाँ शून्य है ?
(A*) current in the circuit (B*) magnetic field energy in the inductor
(C*) power delivered by the battery (D) emf induced in the inductor
(A*) परिपथ में धारा (B*) प्रेरकत्व में चुम्बकीय ऊर्जा
(C*) बैटरी द्वारा प्रदान शक्ति (D) प्रेरकत्व में प्रेरित वि०वा०बल

Sol. EMF induced $= -L\frac{di}{dt} \neq 0$, rest quantities are zero.
प्रेरित वि.बा.बल $= -L\frac{di}{dt} \neq 0$, बची हुई राशियाँ शून्य है

8.* An LR series circuit has L = 1 H and R = 1 Ω. It is connected across an emf of 2 V. The maximum rate at which energy is stored in the magnetic field is :
एक LR श्रेणी क्रम परिपथ में L = 1 H एवं R = 1 Ω है। यह 2 V वि०वा०बल के साथ जोडा जाता है तो चुम्बकीय क्षेत्र में संग्रहित होने वाली ऊर्जा की अधिकतम दर है –
(A*) The maximum rate at which energy is stored in the magnetic field is 1W
चुम्बकीय क्षेत्र में संग्रहित ऊर्जा की अधिकतम दर 1W है।
(B) The maximum rate at which energy is stored in the magnetic field is 2W
चुम्बकीय क्षेत्र में संग्रहित ऊर्जा की अधिकतम दर 2W है।
(C*) The current at that instant is 1 A
इस क्षण पर धारा 1A है।
(D) The current at that instant is 2 A
इस क्षण पर धारा 2A है।

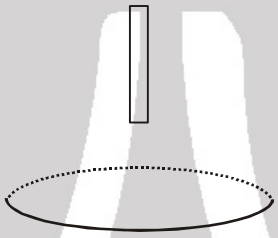
Sol. $U = \frac{1}{2}LI^2$

$\frac{dU}{dt} = LI\frac{dI}{dt} = RI_0^2(1 - e^{-t/\tau})e^{-t/\tau}$

$\frac{dU}{dt}$ is maximum when अधिकतम है जब $e^{-t/\tau} = \frac{1}{2}$ or या $\left(\frac{dU}{dt}\right)_{max} = \frac{E^2}{4R} = 1$ W.

therefore the current at that instant is $\frac{E}{2R} = 1A$

9*.# In figure a bar magnet is moved along the axis of a copper ring, an anticlockwise (as seen from the side of magnet) current is found to be induced in the ring. Which of the following may be true ?
चित्र में एक छड़ चुम्बक को, तांबे की वलय की अक्ष के अनुदिश गति करवाई जाती है। चुम्बक की ओर से देखने पर, वलय में प्रेरित धारा की दिशा वामावर्ती प्रेक्षित होती है। निम्न में से कौनसा/कौनसे विकल्प सत्य हो सकते है



(A) The north pole faces the ring and the magnet moves away from it.
उत्तर ध्रुव, वलय की ओर है तथा चुम्बक इससे दूर जा रहा है।
(B*) The north pole faces the ring and the magnet moves towards it
उत्तर ध्रुव, वलय की ओर है तथा चुम्बक इसकी ओर आ रहा है।
(C*) The south pole faces the ring and the magnet moves away from it.
दक्षिण ध्रुव, वलय की ओर है तथा चुम्बक इससे दूर जा रहा है।
(D) The south pole faces the ring and the magnet moves towards it
दक्षिण ध्रुव, वलय की ओर है तथा चुम्बक इसकी ओर आ रहा है।

Sol. Magnetic lines of force comeout of north pole and reach towards the south pole in a magnet. When the north pole faces the ring and the magnet moves towards it the flux in the ring increases and current is induced in the anticlockwise direction in the ring and similarly when south pole faces the ring and the magnet moves away from it.

हल. चुम्बकीय बल रेखाएं उत्तरी ध्रुव से बाहर निकलती हैं व चुम्बक के दक्षिणी ध्रुव के अन्दर जाती हैं। जब उत्तरी ध्रुव वलय के सामने होता है तथा चुम्बकी इसकी ओर गति करती है तो वलय में फ्लक्स बढ़ता है एवं वलय में वामावर्त दिशा में धारा प्रेरित होती है। इसी प्रकार जब दक्षिणी ध्रुव वलय के सामने होता है एवं चुम्बक इससे दूर जाती हैं तो वलय में दक्षिणावर्त दिशा में धारा प्रेरित होती है

10.* Two different coils have self-inductance $L_1 = 8$ mH, $L_2 = 2$ mH. The current in one coil is increased at a constant rate. The current in the second coil is also increased at the same rate. At a certain instant of time, the power given to the two coils is the same. At that time the current, the induced voltage and the energy stored in the first coil are i_1, V_1 and W_1 respectively. Corresponding values for the second coil at the same instant are i_2, V_2 and W_2 respectively. Then
दो भिन्न कुण्डलियों के स्व–प्रेरकत्व $L_1 = 8$ mH तथा $L_2 = 2$ mH है। एक कुण्डली की धारा में नियत दर से वृद्धि हो रही है। दूसरी कुण्डली में भी धारा की वृद्धि दर समान है। समय के किसी क्षण पर, दोनों कुण्डलियों को समान शक्ति दी जाती है। इस समय, प्रथम कुण्डली में धारा, प्रेरित विभव व संचित ऊर्जा क्रमशः i_1, V_1 व W_1 है। समान क्षण पर, दूसरी कुण्डली के लिये संगत राशियाँ क्रमशः i_2, V_2 व W_2 है तब

(A*) $\frac{i_1}{i_2} = \frac{1}{4}$ (B) $\frac{i_1}{i_2} = 4$ (C*) $\frac{W_2}{W_1} = 4$ (D*) $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{4}$

Sol. Since $P_2 = P_2$ or $i_1v_1 = i_2v_2$ & $\frac{L_1\frac{di_1}{dt}}{L_2\frac{di_2}{dt}} = \frac{v_1}{v_2}$ or $\frac{v_1}{v_2} = 4$ & $\frac{i_1}{i_2} = \frac{1}{4}\ \frac{w_2}{w_1} = \frac{\frac{1}{2}L_2I_2^2}{\frac{1}{2}L_1I_1^2} = 4$.

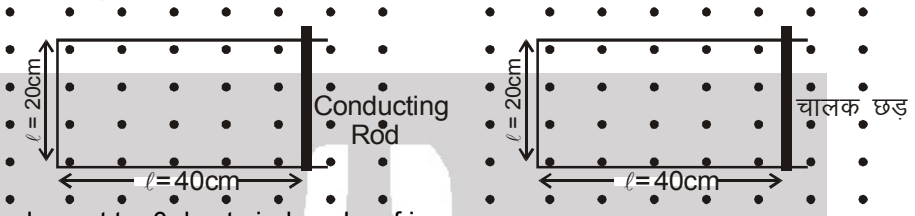
PART - IV : COMPREHENSION

भाग - IV : अनुच्छेद (COMPREHENSION)

COMPREHENSION # 1.

Figure shows a conducting rod of negligible resistance that can slide on smooth U-shaped rail made of wire of resistance 1Ω/m. Position of the conducting rod at t = 0 is shown. A time t dependent magnetic field B = 2t Tesla is switched on at t = 0.

चित्र में नगण्य प्रतिरोध की एक चालक छड़ दर्शायी गई है जो 1Ω/m प्रतिरोध के तार से बनी U-आकार की चिकनी पटरियों पर फिसल सकती है। t = 0 पर चालक छड़ की स्थिति दिखाई गई है। समय t = 0 पर B = 2t टेसला का समय पर निर्भर चुम्बकीय क्षेत्र चालू करते हैं –



1. The current in the loop at t = 0 due to induced emf is
t = 0 पर लूप में प्रेरित वि. वा. बल के कारण धारा है –

(A*) 0.16 A, clockwise (B) 0.08 A, clockwise
(C) 0.08 A, anticlockwise (D) zero
(A*) 0.16 A, दक्षिणावर्त (B) 0.08 A, दक्षिणावर्ती (C) 0.08 A, वामावर्ती (D) शून्य

Sol. $\frac{dB}{dt} = 2T/s$

$E = -\frac{AdB}{dt} = -800 \times 10^{-4}\ m^2 \times 2 = -0.16\ V$

$i = \frac{0.16}{1\ \Omega} = 0.16$ A, clockwise (दक्षिणावर्त)

2. At t = 0, when the magnetic field is switched on, the conducting rod is moved to the left at constant speed 5 cm/s by some external means. The rod moves remaining perpendicular to the rails. At t = 2s, induced emf has magnitude.

समय t = 0 पर, जब चुम्बकीय क्षेत्र चालू करते हैं, तो चालक छड़ बायीं तरफ नियत चाल 5 सेमी./से. से बाह्य कारक द्वारा गतिमान होती है। छड़, पटरियों के लम्बवत् गतिमान है। समय t = 2 से. पर, प्रेरित वि. वा. बल का परिमाण है –

(A) 0.12 V (B*) 0.08 V (C) 0.04 V (D) 0.02 V

Sol. At t = 2s B = 4T; $\frac{dB}{dt} = 2T/s$

t = 2 s पर – B = 4T; $\frac{dB}{dt} = 2T/s$

$A = 20 \times 30\ cm^2$

$= 600 \times 10^{-4}\ m^2$; $\frac{dA}{dt} = -(5 \times 20)\ cm^2/s$

$= -100 \times 10^{-4}\ m^2/s$

$E = -\frac{d\phi}{dt} = -\left[\frac{d(BA)}{dt}\right] = -\left[\frac{BdA}{dt} + \frac{AdB}{dt}\right]$

$= -[4\times(-100 \times 10^{-4}) + 600 \times 10^{-4} \times 2] = -[-0.04 + 0.120] = -0.08$ v

Alternative : (विकल्प :)

$\phi = BA = 2t \times 0.2\ (0.4 - vt) = 0.16t - 0.4\ vt^2$

$E = -\frac{d\phi}{dt} = 0.8\ vt - 0.16$

at t = 2s, t = 2s पर

$E = -0.08$ V

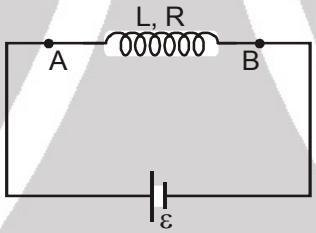
3. Following situation of the previous question, the magnitude of the force required at the same instant t = 2s to move the conducting rod at constant speed 5 cm/s, is equal to :
उपरोक्त प्रश्न की स्थिति में,समान क्षण t = 2s से. पर चालक छड़ को नियत चाल 5 सेमी./से. से गतिमान रखने के लिए आवश्यक बल का परिमाण है –
(A) 0.16 N (B) 0.12 N (C*) 0.08 N (D) 0.06 N

Sol. At t = 2s, length of the wire = (2 × 30 cm) + 20 cm = 0.8 m
Resistance of the wire = 0.8 Ω
Current through the rod = $\frac{0.08}{0.8} = \frac{1}{10}$ A
Force on the wire = $i\ell B$ = 1/10 × (0.2) × 4 = 0.08 N
Same force is applied on the rod in opposite direction to make net force zero.

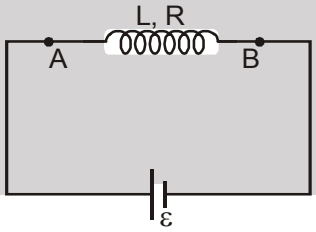
हल: t = 2s पर तार की लम्बाई = (2 × 30 cm) + 20 cm = 0.8 m
तार का प्रतिरोध = 0.8 Ω
छड़ से प्रवाहित धारा = $\frac{0.08}{0.8} = \frac{1}{10}$ A
तार पर बल = $i\ell B$ = 1/10 × (0.2) × 4 = 0.08 N
छड़ पर समान बल विपरीत दिशा में परिणामी बल शून्य करने के लिए लगाते हैं।

COMPREHENSION # 2

An inductor having self inductance L with its coil resistance R is connected across a battery of emf ε. When the circuit is in steady state at t = 0 an iron rod is inserted into the inductor due to which its inductance becomes n L (n > 1).



स्वप्रेरण L की एक प्रेरकत्व कुण्डली जिसका प्रतिरोध R है, को वि. वा. बल ε वाली बैटरी से जोड़ा गया है। t = 0 पर जब परिपथ स्थायी अवस्था में है, एक लोहे की छड़ को प्रेरक कुण्डली के अन्दर प्रवेश कराते हैं जिससे प्रेरकत्व n L हो जाता है (n > 1)।



4. After insertion of rod which of the following quantities will change with time ?
(1) Potential difference across terminals A and B.
(2) Inductance.
(3) Rate of heat produced in coil
(A) only (1) (B) (1) & (3) (C*) Only (3) (D) (1), (2) & (3)
छड़ के प्रवेश कराने के पश्चात् निम्न में कौन सी राशियाँ समय के साथ परिवर्तित होंगी –
(1) सिरे A तथा B के बीच विभवान्तर
(2) प्रेरकत्व
(3) कुण्डली में उत्पन्न ऊष्मा की दर
(A) केवल (1) (B) (1) तथा (3) (C*) केवल (3) (D) (1), (2) तथा (3)

Sol. Inductance and potential difference across terminals will not change with time.
सिरो के मध्य प्रेरकत्व व विभवान्तर समय के साथ परिवर्तित नही होगें

5. After insertion of the rod, current in the circuit :
(A*) Increases with time (B) Decreases with time
(C) Remains constant with time (D) First decreases with time then becomes constant
छड़ को प्रवेश कराने के पश्चात्, परिपथ में धारा –
(A*) समय के साथ बढ़ेगी। (B) समय के साथ घटेगी।
(C) समय के साथ नियत रहेगी। (D) समय के साथ पहले घटेगी तथा बाद में नियत हो जायेगी।

Sol. Even after insertion of the rod the current in circuit will increase with time till steady state is reached.
छड प्रवेशित कराने के पश्चात भी परिपथ में धारा समय के साथ बढेगी जब तक कि स्थायी अवस्था प्राप्त न हो जाए।

6. When again circuit is in steady state, the current in it is :
जब परिपथ पुनः स्थायी अवस्था में आता है, तो इसमें धारा है –
(A) $I < \varepsilon/R$ (B) $I > \varepsilon/R$ (C*) $I = \varepsilon/R$ (D) None of these इसमें से कोई नहीं

Sol. At steady state inductor will offer zero resistance and hence $I = \varepsilon/R$.
स्थायी अवस्था में प्रेरकत्व शून्य प्रतिरोध देता है अतः $I = \varepsilon/R$.

Exercise-3

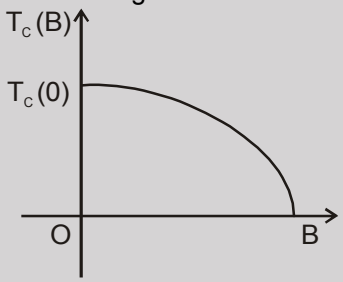
Marked Questions may have for Revision Questions.
चिन्हित प्रश्न दोहराने योग्य प्रश्न है।
*** Marked Questions may have more than one correct option.**
*** चिन्हित प्रश्न एक से अधिक सही विकल्प वाले प्रश्न है -**

PART - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE PROBLEMS (PREVIOUS YEARS)

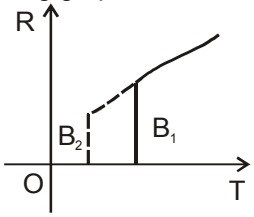
भाग - I : JEE (ADVANCED) / IIT-JEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

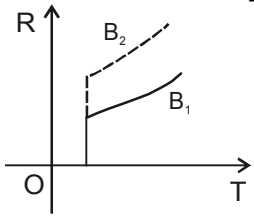
Paragraph for Question No. 1 to 2

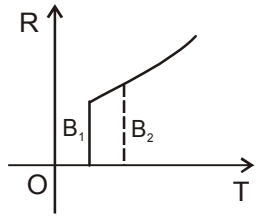
Electrical resistance of certain materials, known as superconductors, changes abruptly from a nonzero value to zero as their temperature is lowered below a critical temperature $T_C(0)$. An interesting property of superconductors is that their critical temperature becomes smaller than T_C (0) if they are placed in a magnetic field, i.e., the critical temperature T_C (B) is a function of the magnetic field strength B. The dependence of T_C (B) on B is shown in the figure.

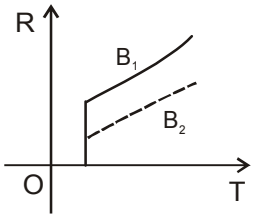


1. In the graphs below, the resistance R of a superconductor is shown as a function of its temperature T for two different magnetic fields B_1 (solid line) and B_2 (dashed line). If B_2 is larger than B_1, which of the following graphs shows the correct variation of R with T in these fields? **[JEE - 2010' 3/163, –1]**

(A*)


(B)


(C) 

(D) 

Sol. As the magnetic field is greater, the critical temperature is lower and as B_2 is larger than B_1. Graph 'A' is correct.

2. A superconductor has T_C (0) = 100 K. When a magnetic field of 7.5 Tesla is applied, its T_C decreases to 75 K. For this material one can definitely say that when : **[JEE - 2010' 3/163, –1]**

(A) B = 5 Tesla, T_C (B) = 80 K (B*) B = 5 Tesla, 75 K < T_C (B) < 100 K

(C) B = 10 Tesla, 75 K < T_C (B) < 100 K (D) B = 10 Tesla, T_C (B) = 70 K

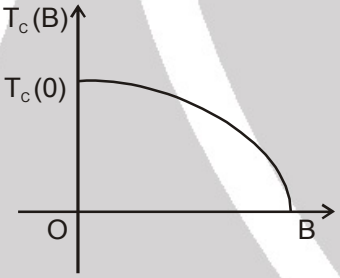
Ans. (B)

Sol. For B = 0 T_C = 100 k

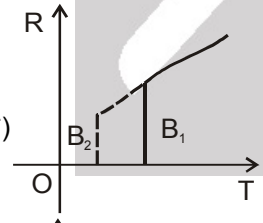
B = 7.5 T T_C = 75 k

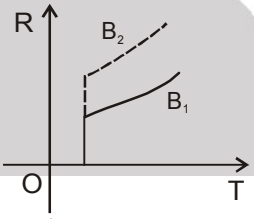
प्रश्न 1 और 2 के लिए अनुच्छेद

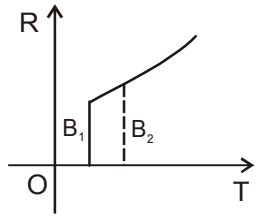
अतिचालक के नाम से प्रचलित पदार्थों का तापमान यदि एक क्रांतिक तापमान $T_C(0)$ से कम किया जाय तो उनका विद्युत प्रतिरोध शून्येतर (Non Zero) मान से एकाएक शून्य हो जाता है। इन अतिचालकों का एक रोचक गुण यह है कि इन्हें चुम्बकीय क्षेत्र B में रखने पर इनके क्रान्तिक ताप का मान T_C (0) की अपेक्षा घट जाता है। यानि कि क्रांतिक ताप T_C (B) का मान चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B पर निर्भर
करता है। T_C (B) की B पर निर्भरता चित्र में दर्शायी गई है।

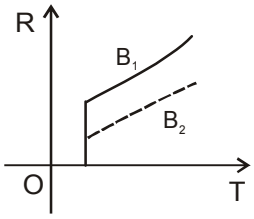


1. निम्न ग्राफ में अतिचालक के प्रतिरोध R की तापमान पर निर्भरता दो अलग–अलग चुम्बकीय क्षेत्रों B_1 (ठोस रेखा) तथा B_2 (बिन्दुवत रेखा) में दिखाई गई हैं। यदि B_2 का मान B_1 से बड़ा है, तो निम्न में से कौन सा ग्राफ R का T के साथ इन चुम्बकीय क्षेत्रों में सही परिवर्तन दिखलाता है ? **[JEE - 2010' 3/163, –1]**

(A*) 

(B) 

(C) 

(D) 

Ans. (A)

Sol. जैसा कि चुम्बकीय क्षेत्र अधिक है, क्रांतिक ताप कम है तथा B_1 से B_2 बडा है, आरेख 'A' सही है।

2. एक अतिचालक का T_C (0) = 100 K है। 7.5 Tesla के चुम्बकीय क्षेत्र में इसका T_C 75 K हो जाता है। इससे यह निश्चित रूप से कहा जा सकता है कि इस पदार्थ के लिए : **[JEE - 2010' 3/163, –1]**

(A) B = 5 Tesla, T_C (B) = 80 K (B*) B = 5 Tesla, 75 K < T_C (B) < 100 K

(C) B = 10 Tesla, 75 K < T_C (B) < 100 K (D) B = 10 Tesla, T_C (B) = 70 K

Sol. B = 0 के लिए T_C = 100 k

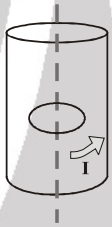
B = 7.5 T T_C = 75 k

B = 5T के लिए 75 < T_C < 100

For B = 5T 75 < T_C < 100

3. A long circular tube of length 10 m and radius 0.3 m carries a current I along its curved surface as shown. A wire-loop of resistance 0.005 ohm and of radius 0.1 m is placed inside the tube with its axis coinciding with the axis of the tube. The current varies as $I = I_0 \cos(300\,t)$ where I_0 is constant. If the magnetic moment of the loop is $N\,\mu_0 I_0 \sin(300\,t)$, then 'N' is

10 m लम्बी वृतीय नली जिसकी त्रिज्या 0.3 m है, के वक्रीय–पृष्ठ में I धारा प्रवाहित है (चित्र देखिये)। एक तारलूप, जिसका प्रतिरोध 0.005 ohm तथा त्रिज्या 0.1 m है, नली के अन्दर रखा है। दोनों के अक्ष एक दूसरे के साथ सम्पांती हैं। धारा $I = I_0 \cos(300\,t)$ के अनुसार परिवर्तित होती है। जहाँ I_0 स्थिरांक है। यदि लूप का चुम्बकीय आघूर्ण $N\mu_0 I_0 \sin(300\,t)$, हो, तब 'N' का मान होगा **[JEE - 2011' 4/160]**



Ans. **6**

Sol. Flux through circular ring वृत्ताकार वलय द्वारा फ्लक्स

$$\phi = (\mu_0 ni)\,\pi r^2$$

$$\phi = \frac{\mu_0}{L}\pi r^2\, I_0 \cos 300\,t$$

$$i = \frac{d\phi}{Rdt}$$

$$i = \frac{\mu_0 \pi r^2 I_0}{RL} \cdot \sin 300\,t \times 300$$

$$= \mu_0 I_0 \sin 300\,t \left[\frac{\pi r^2 .300}{RL}\right]$$

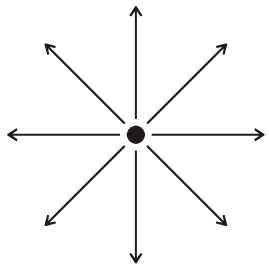
$$M = I \cdot \pi r^2$$

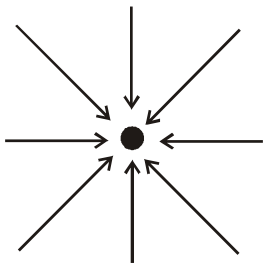
$$= \mu_0 I_0 \sin 300\,t \left[\frac{\pi^2 r^4 .300}{RL}\right] \qquad \text{(Take } \pi^2 = 10 \text{ लें)}$$

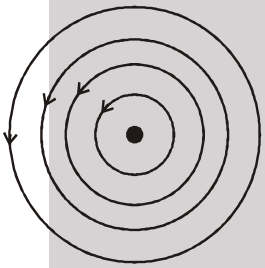
$$= \frac{10 \times 10^{-4} \times 300}{100 \times 10}$$

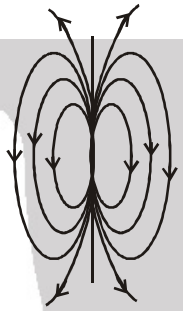
N = 6 **Ans.**

4. Which of the field patterns given below is valid for electric field as well as for magnetic field?
नीचे दिये गये क्षेत्र–चित्रामों (field patterns) में से कौन सा चित्राम वैद्युत–क्षेत्र एवं चुम्बकीय–क्षेत्र दोनो के लिए मान्य हैं? **[JEE - 2011' 3/160, –1]**

(A) 

(B) 

(C*) 

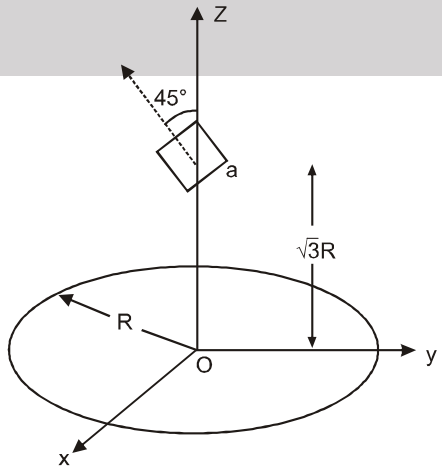
(D) 

Ans. (C)
Sol. True for induced electric field and magnetic field.
प्रेरित विद्युत क्षेत्र और चुम्बकीय क्षेत्र के लिये सही है

5. **#** A circular wire loop of radius R is placed in the x-y plane centered at the origin O. A square loop of side a (a << R) having two turns is placed with its center at $z = \sqrt{3}\,R$ along the axis of the circular wire loop, as shown in figure. The plane of the square loop makes an angle of 45° with respect to the z-axis. If the mutual inductance between the loops is given by $\frac{\mu_0 a^2}{2^{p/2}R}$, then the value of p is

[IIT-JEE-2012, Paper-1; 4/70]

चित्र में दर्शाये अनुसार R त्रिज्या का एक वृत्ताकार तार लूप (पाश) x–y तल में रखा है और इसका केन्द्र O पर है। इस वृत्ताकार लूप के अक्ष पर भुजा a (a << R) की दो फेरों वाली वर्गाकार–कुंडली रखी है जिसका केन्द्र $z = \sqrt{3}R$ पर है (चित्र देखिये)। कुण्डली का तल z- अक्ष से 45° कोण पर है। यदि लूप और कुंडली का अन्योन्य प्रेरकत्व $\frac{\mu_0 a^2}{2^{p/2}R}$ है, तब p का मान क्या है ? **[IIT-JEE-2012, Paper-1; 4/70]**



Ans. 7

Sol. $B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + X^2)^{3/2}}$

$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + 3R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i R^2}{2(4R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i R^2}{2.2^3.R} = \frac{\mu_0 i}{16R}$

ϕ = NBA cos45°

$= 2\frac{\mu_0 i}{16R} a^2 \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\phi = \frac{\mu_0 i a^2}{8\sqrt{2}R}$

$M = \frac{\phi}{i}$

$M = \frac{\mu_0 a^2}{2^{7/2}R} = \frac{\mu_0 a^2}{2^{P/2}R}$

P = 7

6. A current carrying infinitely long wire is kept along the diameter of a circular wire loop, without touching it. The correct statement (s) is (are) : **[IIT-JEE-2012, Paper-2; 4/66]**

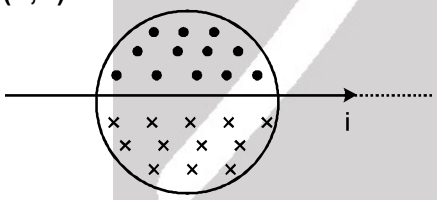
(A*) the emf induced in the loop is zero if the current is constant.
(B) The emf induced in the loop is finite if the current is constant.
(C*) The emf induced in the loop is zero if the current decreases at a steady rate.
(D) The emf induced in the loop is finite if the current decreases at a steady rate.

एक असीमित लम्बाई के तार में धारा प्रवाहित है। यह तार एक वृत्तीय तार लूप के व्यास पर बिना उससे संपर्क किये रखा है। तब सही प्रकथन है/हैं **[IIT-JEE-2012, Paper-2; 4/66]**

(A) यदि धारा अपरिवर्तित है तो लूप में प्रेरित विभवान्तर (emf) शून्य है।
(B) यदि धारा अपरिवर्तित है तो लूप में प्रेरित विभवान्तर (emf) परिमित है।
(C) यदि धारा एकसमान दर से घट रही है। तो प्रेरित विभवान्तर (emf) शून्य है।
(D) यदि धारा एकसमान दर से घट रही है। तो प्रेरित विभवान्तर (emf) परिमित है।

Ans. **(A,C)**

Sol.



$(\phi)_{loop}$ = 0 for all cases
so induced emf = 0
$(\phi)_{loop}$ = 0 सभी स्थितियों के लिए
अतः प्रेरित विद्युत वाहक बल = 0

Paragraph for Questions 7 and 8
प्रश्न 7 और 8 के लिए अनुच्छेद

A point charge Q is moving in a circular orbit of radius R in the x-y plane with an angular velocity ω. This can be considered as equivalent to a loop carrying a steady current $\frac{Q\omega}{2\pi}$. A uniform magnetic field along the positive z-axis is now switched on, which increases at a constant rate from 0 to B in one second. Assume that the radius of the orbit remains constant. The application of the magnetic field induces an emf in the orbit. The induced emf is defined as the work done by an induced electric field in moving a unit positive charge around a closed loop. It is known that, for an orbiting charge, the magnetic dipole moment is proportional to the angular momentum with a proportionally constant γ.

x-y तल में R त्रिज्या की वृत्तीय कक्षा में एक Q बिन्दु आवेश ω कोणीय गति से परिक्रमा कर रहा है। इसे लूप में बहती $\frac{Q\omega}{2\pi}$ अपरिवर्ती धारा के तुल्य माना जा सकता है। अब एकसमान चुंबकीय क्षेत्र को धनात्मक z-दिशा में चालू करते हैं जिसका मान 0 से B तक एक सैकण्ड में एकसमान दर से बढ़ता है। यह मानिये कि इस दौरान कक्ष की त्रिज्या स्थिर रहती है। चुंबकीय क्षेत्र के लगाने से कक्ष में एक emf प्रेरित होता है। एक प्रेरित विद्युत क्षेत्र द्वारा इकाई धन आवेश को संवृत्त लूप के चारों ओर घुमाने में किये गये कार्य की मात्रा को प्रेरित विद्युतवाहक बल (emf) कहा जाता है। यह ज्ञात है कि जब एक आवेश एक कक्ष में परिभ्रमण करता है तब उसका चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण उसके कोणीय संवेग के आनुपातिक होता है जिसका अनुपातिक स्थिरांक γ है।

[JEE ADVANCED_2013, 3×2/60]

7. The magnitude of the induced electric field in the orbit at any instant of time during the time interval of the magnetic field change is :
चुंबकीय क्षेत्र के परिवर्तन के दौरान कक्ष में किसी विशेष क्षण पर प्रेरित विद्युत क्षेत्र का परिमाण है।

(A) $\frac{BR}{4}$ (B) $\frac{BR}{2}$ (C) BR (D) 2BR

Ans. **(B)**

Sol. $\oint E.dl = -A\frac{dB}{dt}$

$E.2\pi R = -\pi R^2 B$

$E = \frac{-BR}{2}$

Alternat

$E2\pi R = \frac{-d\phi}{dt} = -\pi R^2 \frac{dB}{dt}$

$E = \frac{-R}{2}\frac{dB}{dt} = \frac{-BR}{2}$

8. The change in the magnetic dipole moment associated with the orbit, at the end of the time interval of the magnetic field change, is :

जिस समय अन्तराल में चुंबकीय क्षेत्र में परिवर्तन होता है, उस अन्तराल के अन्त में, आवेश के कक्ष से चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण में परिवर्तन है।

(A) $-\gamma BQR^2$ (B) $-\gamma\frac{BQR^2}{2}$ (C) $\gamma\frac{BQR^2}{2}$ (D) γBQR^2

Ans. **(B)**

Sol. Megnetic dipole moment

$M = \gamma J$

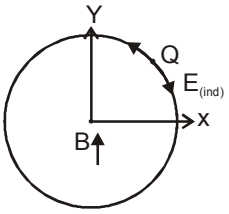
$\Delta M = \gamma \Delta J$--------(i)

$\frac{\Delta J}{\Delta t} = -Q\frac{dB}{dt}.\frac{R}{2}R.$

$\Delta J = -\frac{QB}{2}R^2$

so $\Delta M = -\frac{\gamma QBR^2}{2}$

Alternet



$\frac{M}{L} = \frac{Q}{2m}$

$M = \frac{Q\omega}{2\pi}\pi R^2 = \frac{Q\omega R^2}{2}$ *

Induced electric field is oppsite to the ω so the charge is retarded.

$\omega' = \omega - \alpha t$

$\omega' = \omega - \frac{QB}{2m}t$

$(a_t = QE/m)$, $(\alpha = \frac{QE}{mR} = \frac{Q}{R} x \frac{BR}{2m} = \frac{QB}{2m})$

$M_f = \frac{Q\omega' R^2}{2} = Q\left(\omega - \frac{QB}{2m}\right)\frac{R^2}{2}$

$\Lambda m = M_f - M_i = \frac{Q\omega R^2}{2} - \frac{Q^2BR^2}{4m} - \frac{Q\omega R^2}{2} = -\gamma\frac{BQR^2}{2}$

Hindi. चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण $M = \gamma J$

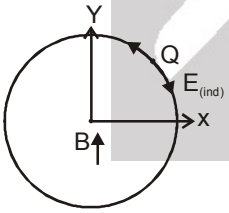
$\Delta M = \gamma \Delta J$ .....(i)

$\frac{\Delta J}{\Delta t} = -Q\frac{dB}{dt}.\frac{R}{2}R.$

$\Delta J = -\frac{QB}{2}R^2$

अतः $\Delta M = -\frac{\gamma QBR^2}{2}$

Alternet



$\frac{M}{L} = \frac{Q}{2m}$

$M = \frac{Q\omega}{2\pi}\pi R^2 = \frac{Q\omega R^2}{2}$ *

प्रेरित विद्युत क्षेत्र ω के विपरीत है। अतः आवेश मंदित होगा।

$\omega' = \omega - \alpha t$

$\omega' = \omega - \frac{QB}{2m}t$

$(a_t = QE/m)$, $(\alpha = \frac{QE}{mR} = \frac{Q}{R} x \frac{BR}{2m} = \frac{QB}{2m})$

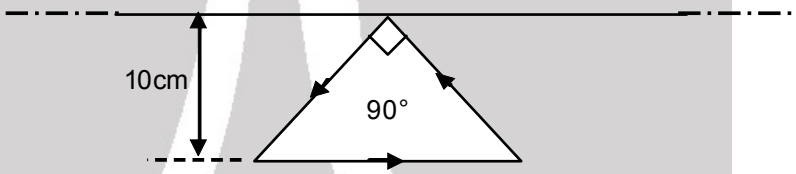
$$M_f = \frac{Q\omega' R^2}{2} = Q\left(\omega - \frac{QB}{2m}\right)\frac{R^2}{2}$$

$$\Delta m = M_f - M_i = \frac{Q\omega R^2}{2} - \frac{Q^2BR^2}{4m} - \frac{Q\omega R^2}{2} = -\gamma\frac{BQR^2}{2}$$

9. A conducting loop in the shape of a right angled isosceles triangle of height 10cm is kept such that the 90° vertex is very closed to an infinitely long conducting wire (see the figure). The wire is electrically insulated from the loop. The hypotenuse of the triangle is parallel to the wire. The current in the triangular loop is in counterclockwise direction and increased at a constant rate of 10 A s^{-1}. Which of the following statement (s) is (are) true ?

[JEE (Advanced) 2016 ; P-1, 4/62, –2]

एक समकोणीय त्रिकोण चालकीय फंदे की ऊँचाई 10cm है एवं इसकी दो भुजाएं समान है। इस फंदे का समकोणीय 90° बिन्दु एक अनंत लम्बाई के चालकीय तार के बहुत नजदीक इस तरह से रखा गया है की त्रिकोण का कर्ण चालकीय तार के समानान्तर है (जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है)। तार तथा फंदा एक दूसरे से विद्युतरोधी है। त्रिकोणिय फंदे में धारा वामावर्त दिशा में एक समान दर 10 A s^{-1} से बढ़ती है। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं ?



(A*) The magnitude of induced emf in the wire is $\left(\frac{\mu_0}{\pi}\right)$ volt

(B) If the loop is rotated at a constant angular speed about the wire, an additional emf of $\left(\frac{\mu_0}{\pi}\right)$ volt is induced in the wire.

(C) The induced current in the wire is in opposite direction to the current along the hypotenuse.

(D*) There is a repulsive force between the wire and the loop.

(A*) तार में उत्पन्न emf का परिमाण $\left(\frac{\mu_0}{\pi}\right)$ volt है

(B) यदि फंदे को एक समान कोणिय गति के तार के अक्ष पर घुमाया जाता है तब तार में $\left(\frac{\mu_0}{\pi}\right)$ volt परिमाण का अतिरिक्त emf प्रेरित होता है।

(C) तार में प्रेरित धारा कर्ण में धारा के विपरीत दिशा में है

(D*) फंदे एवं तार के मध्य प्रतिकर्शी बल है

Ans. **(AD)**

Sol. Coeffcient of mutual inductance (M) = $\frac{\mu_0 \ell_0}{\pi}$

$$\text{emf} = \left|-M\frac{dI}{dt}\right| = \frac{\mu_0\ell_0}{\pi} \times 10 = \frac{\mu_0}{\pi} \text{ volts}$$

The loop should move away according to lenz law. SO there must be repulsive force.

अन्योन्य प्रेरण का गुणांक (M) = $\frac{\mu_0 \ell_0}{\pi}$

$$\text{emf} = \left|-M\frac{dI}{dt}\right| = \frac{\mu_0\ell_0}{\pi} \times 10 = \frac{\mu_0}{\pi} \text{ volts}$$

लैंस के नियमानुसार लूप दूर की तरफ विस्थापित होगा अतः प्रतिकर्शी बल होना चाहिये।

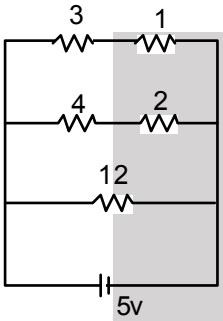
10. Two inductors L_1 (inductance 1 mH, internal resistance 3 Ω) and L_2 (inductance 2 mH, internal resistance 4 Ω), and a resistor R (resistance 12 Ω) are all connected in parallel across a 5V battery. The circuit is switched on at time t = 0. The ratio of the maximum to the minimum current (I_{max} / I_{min}) drawn from the battery is :

[JEE (Advanced) 2016 ; P-1, 3/62]

दो प्रेरकों (Inductors) L_1 तथा L_2 का प्रेरकत्व क्रमशः 1 mH एवं 2mH है, एवं आंतरिक प्रतिरोध 3Ω एवं 4 Ω है। इन दोनों प्रेरकों तथा एक प्रतिरोधक R जिसका प्रतिरोध 12 Ω है, सभी को एक 5V की बैट्री से समान्तर में जोड दिया गया है। परिपथ को समय t = 0 पर चालू किया जाता है। बैट्री से निकली अधिकतम एवं न्यूनतम धाराओं का अनुपात (I_{max} / I_{min}) क्या होगा।

Ans. **(8)**

Sol.



$i_{min} = \frac{5}{12}$ at t = 0^+ पर

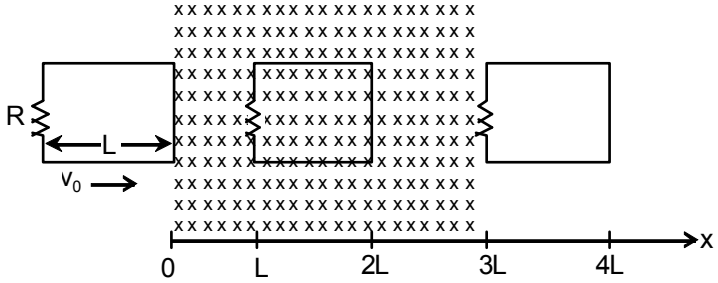
$i_{max} = \frac{5 \times 8}{12}$ at t = ∞ पर

$\frac{i_{max}}{i_{min}} = \frac{5 \times 8 \times 12}{12 \times 5} = 8$

11. A rigid wire loop of square shape having side of length L and resistance R is moving along the x-axis with a constant velocity v_0 in the plane of the paper. At t = 0, the right edge of the loop enters a region of length 3L where there is a uniform magnetic field B_0 into the plane of the paper; as shown in the figure. For sufficiently large v_0, the loop eventually crosses the region. Let x be the location of the right edge of the loop. Let v(x), I(x) and F(x) represent the velocity of the loop, current in the loop, and force on the loop, respectively, as a function of x. Counter-clockwise current is taken as positive.

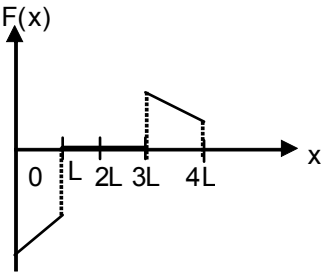
[JEE Advanced 2016 ; P-2, 4/62, –2]

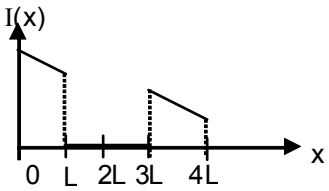
एक वर्गीय आकृति वाला तार का द्रढ़ फंदा, जिसके भुजा की लंबाई L एवं प्रतिरोध R है, x-अक्ष की दिशा में एक स्थिर गति v_0 से इस कागज के प्लेन पर (plane of the paper) गतिमान है। समय t = 0 पर फंदे का दाहिना किनारा 3L लंबाई के स्थिर चुंबकीय क्षेत्र B_0 में प्रवेश करता है। चुंबकीय रेखाओं की दिशा कागज के प्लेन के लंबवत् अंदर की ओर है (जैसा चित्र में दर्शाया गया है)। v_0 का मान पर्याप्त होने पर अंततोगत्वा फंदा चुंबकीय क्षेत्र को पार करता है। मान लिजिए की फंदे की दाहिनी भुजा स्थान x पर है। फंदे की गति, फंदे में धारा एवं फंदे पर बल की x पर निर्भरता को क्रमशः v(x), I(x) एवं F(x) से निरूपित किया गया है। वामवर्त धारा को पोजिटिव लें।

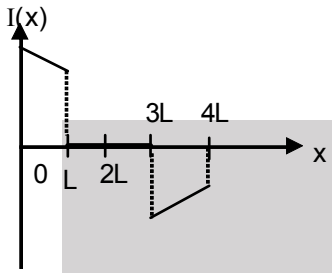


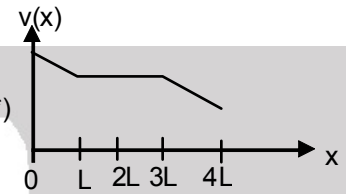
Which of the following schematic plot(s) is(are correct? (Ignore gravity)

निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे व्यवस्था चित्र सही है/ हैं ? (गुरूत्वाकर्षण नगण्य माने)

(A)


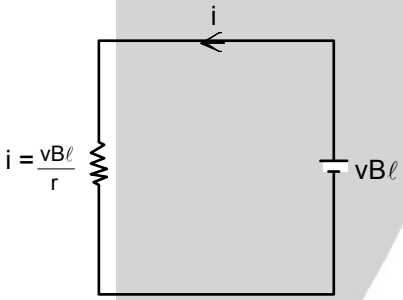
(B)


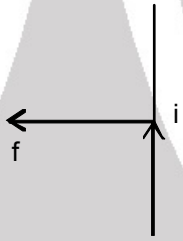
(C*)


(D*)


Ans. **(CD)**

Sol. while entering प्रवेश करते समय i.e. $x < L$





$$F = i\ell B = \frac{B^2\ell^2 v}{mR}$$

$$a_2 \frac{f}{m} = \frac{B^2\ell^2 v}{mR} = Kv = -\frac{vdv}{dx}$$

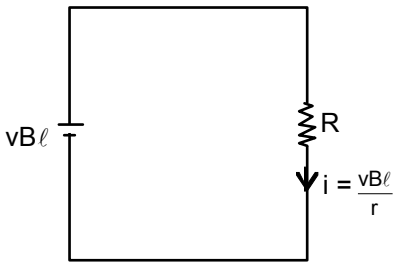
$$\int_{v_0}^{v} dv = -K\int_{0}^{x} dx \Rightarrow v = v_0 - kx$$

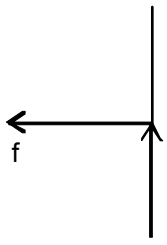
$$f = \frac{B^2\ell^2}{R}(V_0 - kx) = \alpha - \beta x$$

$$i = (v_0 - kx)\frac{B\ell}{R} = i_0 - \gamma x$$

for $3\,L > x > L$ के लिये $f = 0$ $i = 0$ $v =$ constant. नियत

$4L > \times > 3\,L$





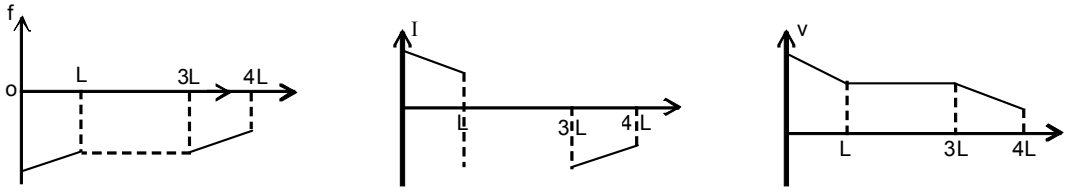
$$f = i\ell B = \frac{B^2\ell^2 v}{R}$$

$$a = \frac{B^2\ell^2}{mR} v = kv = -\frac{vdv}{dx}$$

$v = v'_0 - kx$

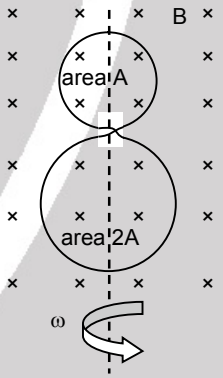
$f = \alpha' - \beta'.x$

$i = i'_0 - \gamma' x$



12*. A circular insulated copper wire loop is twisted to form two loops of are A and 2A as shown in the figure. At the point of crossing the wires remain electrically insulated from each other. The entire loop lies in the plane (of the paper). A uniform magnetic field $\vec{B}$ points into the plane of the paper. At t = 0, the loop starts rotation about the common diameter as axis with a constant angular velocity ω in the magnetic field. Which of the following options is/are correct ?

एक गोलाकार विद्युत–रोधी ताम्र तार (insulated copper wire) को A एवं 2A वाले दो क्षेत्रफलों के वलयों में व्यावर्तित किया गया हैं। तारों के अतिक्रमण बिन्दु विद्युतरोधी रहते है (जैसा चित्र में दर्शाया गया है)। संपूर्ण वलय कागज़ के तल में स्थित है। कागज के तल के अभिलम्बवत स्थिर तथा एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ सर्वत्र उपस्थित है। वलय अपने सामुदायिक व्यासों से बने अक्ष के परितः समय t = 0 से ω कोणीय वेग (angular velocity) से घूमना शुरू करता है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं ? **[JEE (Advanced) 2017 ; P-1, 4/61, –2]**



(A) The net emf induced due to both the loops is proportional to cos ωt

(B*) The rate of change of the flux is maximum when the plane of the loops is perpendicular to plane of the paper

(C*) The amplitude of the maximum net emf induced due to both the loops is equal to the amplitude of maximum emf induced in the smaller loop alone

(D) The emf induced in the loop is proportional to the sum of the area of the two loops

(A) दोनों वलयों से उत्पन्न कुल प्रेषित विद्युत वाहक बल cos ωt से समानुपाती है

(B*) जब वलयों का तल कागज़ के तल से अभिलंब दिशा में होता है तब अभिवाह के परिवर्तन की दर अधिकतम होती है

(C*) दोनों वलयों से उत्पन्न अधिकतम कुल प्रेषित विद्युत वाहक बल का आयाम, छोटे वलय में उत्पन्न अधिकतम प्रेषित विद्युत वाहक बल के आयाम के बराबर होगा

(D) प्रेषित विद्युत वाहक बल वलयों के क्षेत्रफलों के योग के समानुपातिक है।

Ans. **(BC)**

Sol. $\phi = BS\cos\theta = BS\cos\omega t$

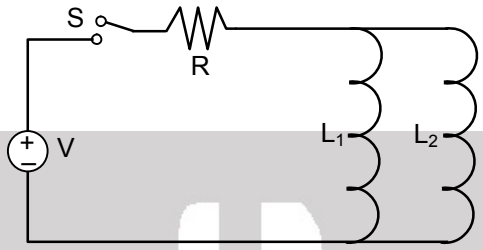
$$e = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = BS\omega\sin\omega t$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \text{max.} \Rightarrow \sin\omega t = 1 \quad \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{2}$$

Net emf, (परिणामी विद्युत वाहक बल) $e = 2BA\omega \sin\omega t - BA\,\omega \sin\omega t$

13*. A source of constant voltage V is connected to a resistance R and two ideal inductor L_1 and L_2 through a switch S as shown. There is no mutual inductance between the two inductors. The switch S is initially open. At t = 0, the switch is closed and current begins to flow. Which of the following options is/are correct ? **[JEE (Advanced)-2017 ; P-2, 4/61, –2]**

दो आदर्श प्रेरक (ideal inductor) L_1 एवं L_2 और एक प्रतिरोध (resistance) R को एक अचल वोल्टता V के स्त्रोत से एक स्विच S द्वारा जोडा जाता है (जैसा चित्र में दिखाया गया है) L_1 एवं L_2 के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व (mutual inductance) नहीं है। प्रारंभ में स्विच S खुला है। समय t = 0 पर स्विच बंद किया जाता है और धारा बहनी शुरू होती है। निम्न में कौनसा (से) प्रकथन सही है/हैं?



(A) After a long time, the current through L_2 will be $\frac{V}{R}\frac{L_1}{L_1+L_2}$

(B) At t = 0, the current through the resistance R is $\frac{V}{R}$

(C) After a long time, the current through L_1 will be $\frac{V}{R}\frac{L_2}{L_1+L_2}$

(D) The ratio of the currents through L_1 and L_2 is fixed at all times (t > 0)

(A) दीर्घकाल के बाद L_2 में प्रवाहित धारा $\frac{V}{R}\frac{L_1}{L_1+L_2}$ होगी

(B) t = 0 पर प्रवाहित R में प्रवाहित धारा $\frac{V}{R}$ है

(C) दीर्घकाल के बाद L_1 में प्रवाहित धारा $\frac{V}{R}\frac{L_2}{L_1+L_2}$ होगी

(D) L_1 एवं L_2 में प्रवाहित धारा का अनुपात हर समय (t > 0) नियत रहता है

Ans. **(ACD)**

Sol. (A) & (C) After long time current through R = I = $\frac{V}{R}$

बहुत अधिक समय पश्चात् R से गुजरने वाली धारा = I = $\frac{V}{R}$

and तथा $LI_1 = L_2I_2$

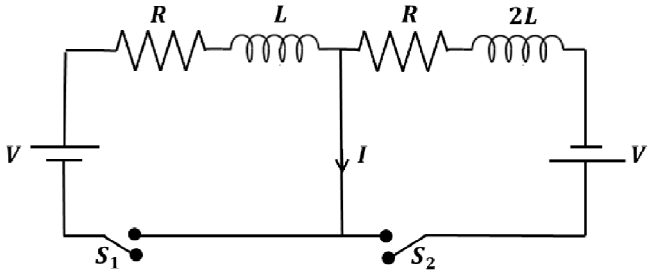
$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{L_2}{L_1}$$

$$I_1=\frac{L_2 I}{L_1+L_2} \qquad I_2=\frac{L_1 I}{L_1+L_2}=\left(\frac{L_1}{L_1+L_2}\right)\frac{V}{R}$$

(B) t = 0 I = 0

14*. In the figure below, the switches S_1 and S_2 are closed simultaneously at t = 0 and a current starts to flow in the circuit. Both the batteries have the same magnitude of the electromotive force (emf) and the polarities are as indicated in the figure. Ignore mutual inductance between the inductors. The current I in the middle wire reaches its maximum magnitude I_{max} at time $t = \tau$. Which of the following statements is (are) true? **[JEE(Advanced) 2018 ; P-1, 4/60, –2]**

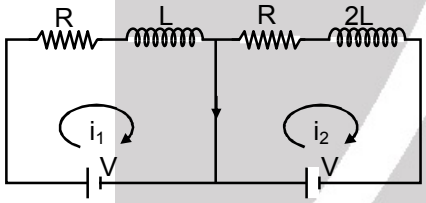
नीचे दर्शाये गये चित्र में S_1 और S_2 कुंजियों (switches) को समय t = 0 पर एक साथ बन्द किया जाता है और परिपथ (circuit) में धारा बहने लगती है। दोनों बैटरियों (batteries) के विद्युतवाहक–बल (electromotive force ; emf) का परिमाण समान है और उनका ध्रुवण (polarity) चित्र में दर्शाया गया है। दोनों प्रेरकों (inductors) के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व (mutual inductance) की उपेक्षा कीजिए। यदि मध्य में स्थित तार में धारा I अपने परिमाण I_{max} पर समय $t = \tau$ पर पहुँचती है तो निम्नलिखित कथनों में से कौनसा (से) सही है (हैं) ?



(A) $I_{max} = \frac{V}{2R}$ (B) $I_{max} = \frac{V}{4R}$ (C) $\tau = \frac{L}{R}\ell n2$ (D) $\tau = \frac{2L}{R}\ell n2$

Ans. **(B,D)**

Sol.



Δi (current in middle wire) = $i_1 - i_2$

Δi (बीच वाले तार में धारा) = $i_1 - i_2$

$$= \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right) - \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{2L}}\right)$$

$$= \frac{V}{R}\left(e^{-\frac{Rt}{2L}} - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

For i_{max} : $\frac{d}{dt}(\Delta i) = 0$

i_{max} के लिए : $\frac{d}{dt}(\Delta i) = 0$

$$\Rightarrow \quad \frac{V}{R}\left(-\frac{R}{L}e^{-\frac{Rt}{L}} + \frac{R}{2L}e^{-\frac{Rt}{2L}}\right) = 0 \qquad \Rightarrow \quad e^{-\frac{Rt}{L}} = \frac{1}{2}e^{-\frac{Rt}{2L}}$$

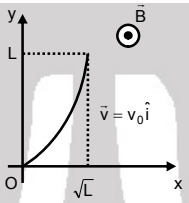
$$\Rightarrow \quad e^{-\frac{Rt}{2L}} = \frac{1}{2} \qquad \& \qquad t = \frac{2L}{R}\ell n2$$

$$\Rightarrow \quad \text{and तथा } i_{max} = \frac{V}{4R}$$

15. A conducting wire of parabolic shape, $y = x^2$, is moving with velocity $\vec{V} = V_0\hat{i}$ in a non-uniform magnetic field $\vec{B} = B_0\left(1+\left(\frac{y}{L}\right)^{\beta}\right)\hat{k}$, as shown in figure. If V_0, B_0, L and β are positive constants and $\Delta\phi$ is the potential difference developed between the ends of the wire, then the correct statements(s) is/are :

चित्रानुसार एक असमान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = B_0\left(1+\left(\frac{y}{L}\right)^{\beta}\right)\hat{k}$ में एक परवलयाकार (parabolic shape), आरम्भ में $y = x^2$ वाला, विद्युत चालक तार वेग $\vec{v} = v_0\hat{i}$ से चल रहा है। यदि V_0, B_0, L व β धनात्मक नियतांक है एवं तार के सिरों के मध्य उत्पन्न विभवान्तर $\Delta\phi$ है, तब निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/कौनसे सही है(हैं) ?

[JEE (Advanced) 2019 ; P-1, 4/62, –1]



(1) $|\Delta\phi| = \frac{4}{3}B_0V_0L$ for $\beta = 2$

(2) $|\Delta\phi|$ remains same if the parabolic wire is replaced by a straight wire, y = x, initially, of length $\sqrt{2}\ell$

(3) $|\Delta\phi| = \frac{1}{2}B_0V_0L$ for $\beta = 0$

(4) $|\Delta\phi|$ is proportional to the length of wire projected on y-axis

(1) $|\Delta\phi| = \frac{4}{3}B_0V_0L$, $\beta = 2$ के लिए

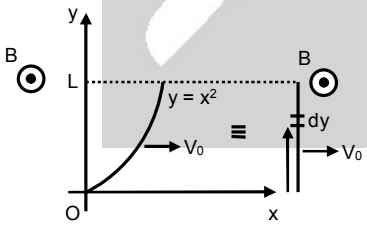
(2) $|\Delta\phi|$, अपरिवर्तित रहेगा यदि परवलयाकार तार को $\sqrt{2}\ell$ लम्बाई के सीधे तार $y = x$ के द्वारा प्रतिस्थापित किया जाता है।

(3) $|\Delta\phi| = \frac{1}{2}B_0V_0L$, $\beta = 0$ के लिए

(4) $|\Delta\phi|$, y-अक्ष पर तार की लम्बाई के प्रक्षेप के समानुपाती होगी

Ans. **(1, 2, 4)**

Sol.



For calculating the motional emf across the length of the wire, let us project wire such that $\vec{B}, \vec{v}, \vec{\ell}$ becomes mutually orthogonal. Thus

तार की की लम्बाई के सिरो पर गतिक emf ज्ञात करने के लिए माना गतिक तार इस प्रकार है कि $\vec{B}, \vec{v}, \vec{\ell}$ एक दूसरे के लम्बवत् है।

$$d\varepsilon = Bv_0B_0\left[1+\left(\frac{y}{L}\right)^{\beta}\right]V_0dy$$

$$\text{emf in loop} = \Delta\phi = \int_0^L de$$

$$\Delta\phi = \int_0^L B_0\left(1+\left(\frac{y}{L}\right)^{\beta}\right)V_0 dy$$

$$\Delta\phi = B_0V_0\int_0^L dy + \frac{B_0V_0}{L^{\beta}}\left[\frac{y^{\beta+1}}{\beta+1}\right]_0^L$$

$$= B_0V_0L + \frac{B_0V_0}{L^{\beta}}\left[\frac{L^{\beta+1}}{\beta+1}-0\right]$$

$$= B_0V_0L + B_0V_0L\left[1+\frac{1}{\beta+1}\right]$$

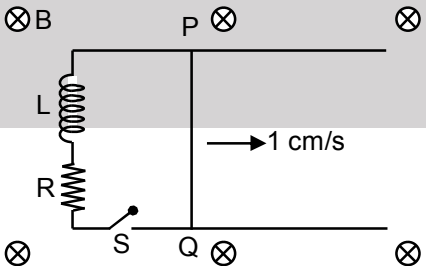
emf in loop is proportional to L for given value of β.
for
छड में उत्पन्न emf का मान दिये गए β के लिए L के निम्न प्रकार समानुपाती है।

$\beta = 0$; $\Delta\phi = 2B_0V_0L$

$\beta = 2$; $\Delta\phi = B_0V_0L\left[1+\frac{1}{3}\right] = \frac{4}{3}B_0V_0L$

Therefore, answer is 1, 2, 4 लम्बाई के तार की के अनुदिश प्रक्षेप लम्बाई है। इसलिए उत्तर अपरिवर्तित रहेगा।
अतः उत्तर 1, 2, 4
Correct option – 1, 2, 4

16. A 10 cm long perfectly conducting wire PQ is moving with a velocity 1 cm/s on a pair of horizontal rails of zero resistance. One side of the rails is connected to an inductor L = 1 mH and a resistance R = 1Ω as shown in figure. The horizontal rails, L and R lie in the same plane with a uniform magnetic field B = 1T perpendicular to the plane. If the key S is closed at certain instant, the current in the circuit after 1 millisecond is $x \times 10^{-3}$A, where the value of x is _____.
[Assume the velocity of wire PQ remains constant (1 cm/s) after key S is closed. Given : $e^{-1} = 0.37$, where e is base of the natural logarithm]
दो क्षैतिज समांतर रेलों जिनका प्रतिरोध शून्य है पर एक 10 cm लंबा सुचालक (perfectly conducting) तार PQ 1 cm/s के वेग से चल रहा है। रेलों के एक सिरे पर L = 1 mH प्रेरक (inductor) तथा R = 1Ω प्रतिरोधक चित्रानुसार जुड़ा है। दोनों क्षैतिज रेलें, L तथा R एक ही तल में हैं और तल के लम्बवत् एक समान चुंबकीय क्षेत्र B = 1T लगा हुआ है। यदि S कुंजी को किसी क्षण बंद करें तब परिपथ में 1 millisecond के पश्चात् धारा $x \times 10^{-3}$A है, जहाँ x का मान _____ होगा। [कुंजी S बंद करने के पश्चात् तार PQ का वेग नियत (1 cm/s) मानें। दिया है: $e^{-1} = 0.37$, जहाँ e प्राकृतिक लघुगणक [natural logarithm] का आधार है। **[JEE (Advanced) 2019 ; P-2, 3/62,]**



Ans. 0.63

Sol. $\varepsilon = \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\vec{\ell} = Bv\ell = 10^{-2}\times1\times10^{-1}$ 1 × 10^{-2} × 10^{-3} = Bvl.

$\varepsilon = 10^{-3}$ volt

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right) = \frac{10^{-3}}{1}(1-e^{-1})$$

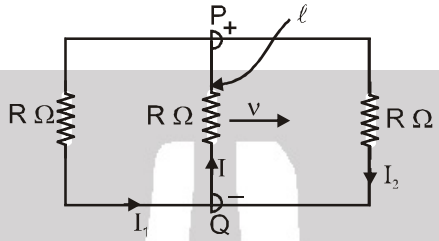
$i = 10^{-3}$ (1– 0.37)
I = 0.63 mA

PART - II : JEE (MAIN) / AIEEE PROBLEMS (PREVIOUS YEARS)

भाग - II : JEE (MAIN) / AIEEE (पिछले वर्षो) के प्रश्न

1. A rectangular loop has a sliding connector PQ of length ℓ and resistance R Ω and it is moving with a speed v as shown. The set-up is placed in a uniform magnetic field going into the plane of the paper. The three currents I_1, I_2 and I are : **[AIEEE 2010, 8/144, –2]**

एक आयाताकार लूप लम्बाई ℓ और प्रतिरोध R Ω का एक सर्पी संयोजक PQ रखता है और यह चाल v से गतिशील है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। कागज के तल में अन्दर की ओर जाते हुए एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में इस व्यवस्था को रखा जाता है। तीन धाराएँ I_1, I_2 एवं I हैं



(1) $I_1 = -I_2 = \frac{B\ell v}{R}$, $I = \frac{2B\ell v}{R}$

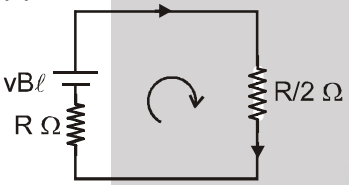
(2*) $I_1 = I_2 = \frac{B\ell v}{3R}$, $I = \frac{2B\ell v}{3R}$

(3) $I_1 = I_2 = I = \frac{B\ell v}{R}$

(4) $I_1 = I_2 = \frac{B\ell v}{6R}$, $I = \frac{B\ell v}{3R}$

Ans. **(2)**

Sol.



Current धारा $I = \frac{vB\ell}{R/2+R} = \frac{2vB\ell}{3R}$

$I_1 = I_2 = \frac{vB\ell}{3R}$

2. A fully charged capacitor C with initial charge q_0 is connected to a coil of self inductance L at t = 0. The time at which the energy is stored equally between the electric and the magnetic fields is : **[AIEEE - 2011, 1 May, 4/120, –1]**

प्रारम्भिक आवेश q_0 वाले एक सम्पूर्ण आवेशित संधारित्र C को t = 0 पर एक स्व–प्रेरण L वाली कुण्डली से जोड़ा जाता है। वह समय क्या होगा, जिस पर विद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्रों में संग्रहित ऊर्जा एकसमान हैं :

(1) $\pi\sqrt{LC}$ (2*) $\frac{\pi}{4}\sqrt{LC}$ (3) $2\pi\sqrt{LC}$ (4) $\sqrt{LC}$

Ans. **(2)**

Sol. In LC oscillation energy is transfered C toL

or L to C maximum energy in L is = $\frac{1}{2}LI^2_{max}$

Maximum energy in C is = $\frac{q^2_{max}}{2C}$

Equal energy will be when

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}LI^2_{max}$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}}I_{max}$$

$$I = I_{max}\sin\omega t = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{max}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{4}$$

or $\frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4}$ or $t = \frac{T}{8}$

$$t = \frac{1}{8} 2\pi\sqrt{LC} = \frac{\pi}{4}\sqrt{LC}$$ **Ans.**

LC दोलन में ऊर्जा C से L तथा L से C में क्रमागत रूप से स्थानान्तरित होती रहती है

L में अधिकतम ऊर्जा = $\frac{1}{2} LI^2_{max}$

C में अधिकतम ऊर्जा = $\frac{q^2_{max}}{2C}$ है

समान ऊर्जा होगी जब

$$\frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2} LI^2_{max} \qquad I = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{max} \qquad I = I_{max}\sin\omega t = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{max}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{4}$$

या $\frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{4}$ या $t = \frac{T}{8}$

$$t = \frac{1}{8} 2\pi\sqrt{LC} = \frac{\pi}{4}\sqrt{LC}$$ **Ans.**

3. A boat is moving due east in a region where the earth's magnetic field is 5.0×10^{-5} $NA^{-1}m^{-1}$ due north and horizontal. The boat carries a vertical aerial 2m long. If the speed of the boat is 1.50 ms^{-1}, the magnitude of the induced emf in the wire of aerial is : **[AIEEE - 2011, 1 May, 4/120, –1]**

क्षैत्र, जहाँ पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र 5.0×10^{-5} $NA^{-1}m^{-1}$ उत्तर की ओर एवं क्षैतिज है, में एक नाव पूर्व की ओर गतिशील है। नाव में 2m लम्बा एवं ऊर्ध्वाधर स्तम्भ है। यदि नाव की चाल 1.50 ms^{-1} है, तब स्तम्भ के तार में प्रेरित विद्युत वाहक बल का परिमाण है : **[AIEEE - 2011, 1 May, 4/120, –1]**

(1) 1 mV (2) 0.75 mV (3) 0.50 mV (4*) 0.15 mV

Ans. **(4)**

Sol. $E_{ind} = B \times v \times \ell$

$= 5.0 \times 10^{-5} \times 1.50 \times 2$

$= 10.0 \times 10^{-5} \times 1.5$

$= 15 \times 10^{-5}$ vot.

= 0.15 mv

4. A horizontal straight wire 20 m long extending from to east to west falling with a speed of 5.0 m\s, at right angles to the horizontal component of the earth's magnetic field 0.30×10^{-4} Wb \ m^2. The instantaneous Value of the e.m. f. induced in the wire will be : **[AIEEE 2011, 11 May; 4/120, –1]**

पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र (0.30×10^{-4} Wb \ m^2) के क्षैतिज घटक से समकोण पर पूर्व से पश्चिम तक फैला 20 m लम्बा एक क्षैतिज सीधा तार 5.0 m/s की चाल से गिर रहा है। तार में प्रेरित विद्युत वाहक बल का तात्क्षणिक मान होगा : **[AIEEE 2011, 11 May; 4/120, –1]**

(1*) 3 mV (2) 4.5 mV (3) 1.5 mV (4) 6.0mV

Ans. **(1)**

Sol. W ⟶ E

$\varepsilon_{ind} = Bv\ell$

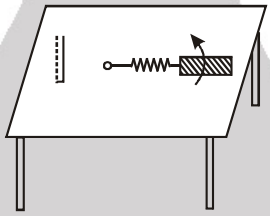
$= 0.3 \times 10^{-4} \times 5 \times 20 = 3 \times 10^{-3}$ v = 3 mv.

5. A coil is suspended in a uniform magnetic field, with the plane of the coil parallel to the magnetic lines of force. When a current is passed through the coil it starts oscillating; it is very difficult to stop. But if an aluminium plate is placed near to the coil, it stops. This is due to : **[AIEEE 2012 ; 4/120, –1]**
(1) developement of air current when the plate is placed.
(2) induction of electrical charge on the plate
(3) shielding of magnetic lines of force as aluminium is a paramagnetic material.
(4) Electromagnetic induction in the aluminium plate giving rise to electromagnetic damping.
एक एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में एक कुण्डली को लटकाया गया है। कुण्डली का तल चुम्बकीय बल रेखाओं के समान्तर है। जब कुण्डली में एक धारा प्रवाहित करते हैं, तब यह दोलन करने लगती है और इसको रोकना मुश्किल हो जाता है। परन्तु जब एक एल्युमिनीयम प्लेट को कुण्डली के पास लाया जाता है, तब यह रूक जाती है। इसका कारण है :
(1) जब प्लेट रखी जाती है, तब वायु धारा विकसित होती है **[AIEEE 2012 ; 4/120, –1]**
(2) प्लेट पर विद्युत आवेश का प्रेरण
(3) चुम्बकीय बल रेखाओं का परिरक्षण क्योंकि एल्युमिनियम एक अनुचुम्बकीय पदार्थ है
(4) एल्युमिनियम प्लेट में विद्युत चुम्बकीय प्रेरण विद्युत चुम्बकीय अवमंदन को उत्पन्न करता है

Ans. (4)

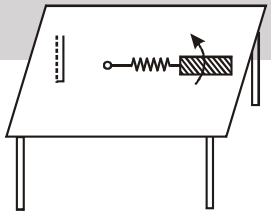
Sol.

6.# A metallic rod of length 'l' is tied to a string of length 2l and made to rotate with angular speed ω on a horizontal table with one end of the string fixed. If there is a vertical magnetic field 'B' in the region, the e.m.f. induced across the ends of the rod is: **[JEE (Main) 2013, 4/120]**



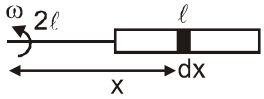
(1) $\frac{2B\omega l^2}{2}$ (2) $\frac{3B\omega l^2}{2}$ (3) $\frac{4B\omega l^2}{2}$ (4*) $\frac{5B\omega l^2}{2}$

लम्बाई 'l' की एक धातु की छड़ लम्बाई 2l की एक डोरी से बँधी है और डोरी के एक सिरे को स्थिर रख कर इसे कोणीय चाल ω से क्षैतिज मेज पर घूर्णित किया जाता है। यदि क्षेत्र में एक ऊर्ध्वाधर चुम्बकीय क्षेत्र 'B' है, तब छड़ के सिरों पर प्रेरित विद्युत वाहक बल है :



(1) $\frac{2B\omega l^2}{2}$ (2) $\frac{3B\omega l^2}{2}$ (3) $\frac{4B\omega l^2}{2}$ (4*) $\frac{5B\omega l^2}{2}$

Sol. $e = \int_{2\ell}^{3\ell} (\omega x)Bdx = B\omega \frac{[(3\ell)^2 - (2\ell)^2]}{2}$



$= \frac{5B\ell^2\omega}{2}$

Ans. (4)

7. A circular loop of radius 0.3 cm lies parallel to a much bigger circular loop of radius 20 cm. The centre of the small loop is on the axis of the bigger loop. The distance between their centres is 15 cm. If a current of 2.0 A flows through the smaller loop, then the flux linked with bigger loop is :

(1*) 9.1×10^{-11} weber (2) 6×10^{-11} weber

(3) 3.3×10^{-11} weber (4) 6.6×10^{-9} weber

त्रिज्या 0.3 cm का एक वृत्तीय लूप एक काफी बड़े त्रिज्या 20 cm के वृत्तीय लूप के समान्तर रखा है। छोटे लूप का केन्द्र बडे लूप के अक्ष पर है। उनके केन्द्रो के बीच दूरी 15 cm है। यदि छोटे लूप से 2.0 A की धारा प्रवाहित होती है, तब बडे लूप से सम्बद्वित फ्लक्स है : **[JEE(Main) 2013, 4/120]**

(1*) 9.1×10^{-11} वेबर (2) 6×10^{-11} वेबर

(3) 3.3×10^{-11} वेबर (4) 6.6×10^{-9} वेबर

Sol. $\frac{\mu_0(2)(20\times10^{-2})^2}{2\left[(0.2)^2+(0.15)^2\right]^{3/2}} \times \pi\,(0.3\times10^{-2})^2$

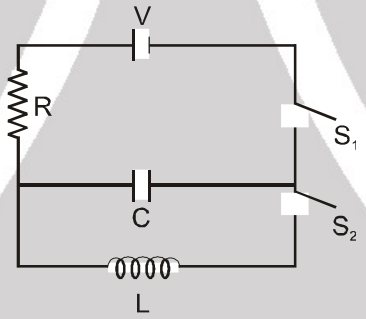
on solving हल करने पर

$= 9.216 \times 10^{-11} \approx 9.2 \times 10^{-11}$ weber

Ans (1)

8.# In an LCR circuit as shown below both switches are open initially. Now switch S_1 is closed, S_2 kept open. (q is charge on the capacitor and τ = RC is Capacitive time constant). Which of the following statement is correct ? **[JEE (Main) 2013, 4/120]**

नीचे दर्शाये गये एक LCR परिपथ में प्रारम्भ में दोनों स्विच खुले हैं। अब स्विच S_1 को बन्द किया जाता है, S_2 को खुला रखा जाता है। (संधारित्र पर आवेश q हैं और τ = RC धारितीय समय स्थिरांक है।) निम्नलिखित में से कौनसा कथन सही हैं ?



(1) Work done by the battery is half of the energy dissipated in the resistor

बैटरी द्वारा किया गया कार्य प्रतिरोधक में हुई ऊर्जा क्षय का आधा है।

(2) At $t = \tau$, $q = CV/2$

$t = \tau$ पर $q = CV/2$

(3) At $t = 2\tau$, $q = CV(1 - e^{-2})$

$t = 2\tau$ पर $q = CV(1 - e^{-2})$

(4) At $t = \frac{\tau}{2}$, $q = CV(1 - e^{-1})$

$t = \frac{\tau}{2}$ पर $q = CV(1 - e^{-1})$

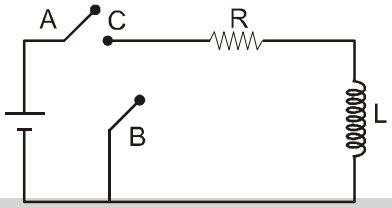
Sol. $q = CV\,(1 - e^{t/\tau})$

at पर $t = 2\tau$

$q = CV(1 - e^{-2})$

Ans (3)

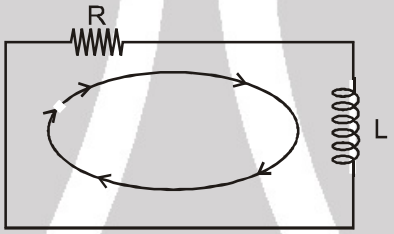
9. In the circuit shown here, the point 'C' is kept connected to point 'A' till the current flowing through the circuit becomes constant. Afterward, suddenly point 'C' is disconnected from point 'A' and connected to point 'B' at time t = 0. Ratio of the voltage across resistance and the inductor at t = L/R will be equal to :
यहाँ दर्शाये गये परिपथ में, बिन्दु 'C' को बिन्दु 'A' से तब तक जोडे रखा जाता है जब तक कि परिपथ में प्रवाहित धारा स्थिर नहीं हो जाए। तत्पश्चात् अचानक बिन्दु 'C' को बिन्दु 'A' से हटाकर बिन्दु 'B' से t = 0 समय पर जोड दिया जाता है। t = L/R प्रतिरोध एवं कुण्डली के सिरो पर वोल्टता का अनुपात होगा। **[JEE (Main) 2014, 4/120, –1]**



(1) $\frac{e}{1-e}$ (2) 1 (3) –1 (4) $\frac{1-e}{e}$

Ans. **(3)**

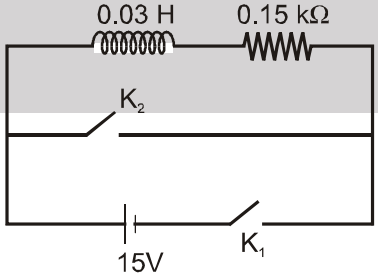
Sol. After changing the switch, the circuit will act like an L–R discharging circuit.
कुंजी को विस्थापित करने पर यह L–R क्षय परिपथ की तरह कार्य करेगा



Applying Kirchoff loop eqation. किरचॉफ का नियम लागू करने पर

$V_R + V_L = 0 \qquad \Rightarrow V_R = -V_L \qquad$ So अतः $\frac{V_R}{V_L} = -1$

10. An inductor (L = 0.03H) and a resistor (R = 0.15 kΩ) are connected in series to a battery of 15V EMF in a circuit shown below. The key K_1 has been kept closed for a long time. Then at t = 0, K_1 is opened and key K_2 is closed simultaneously. At t = 1ms, the current in the circuit will be : ($e^5 \cong 150$)
[JEE(Main) 2015; 4/120, –1]
दर्शाये गये परिपथ में, एक प्रेरक (L = 0.03H) तथा एक प्रतिरोधक (R = 0.15 kΩ) किसी 15V विद्युत वाहक बल (ई.एम. एफ.) की बैटरी से जुड़े हैं। कुंजी K_1 को बहुत समय तक बन्द रखा गया है। इसके पश्चात् समय t = 0 पर, K_1 को खोल कर साथ ही साथ, K_2 को बन्द किया जाता है। समय t = 1ms पर, परिपथ में विद्युत धारा होगी : ($e^5 \cong 150$)



(1) 100 mA (2) 67 mA (3) 6.7 mA (4*) 0.67 mA

Ans. **(4)**

Sol. Current at t = 0 $I_0 = E_0/R$

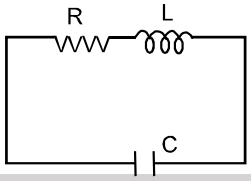
t = 0 पर धारा $I_0 = E_0/R$

For decay circuit $I = I_0\, e^{-\frac{tR}{L}}$

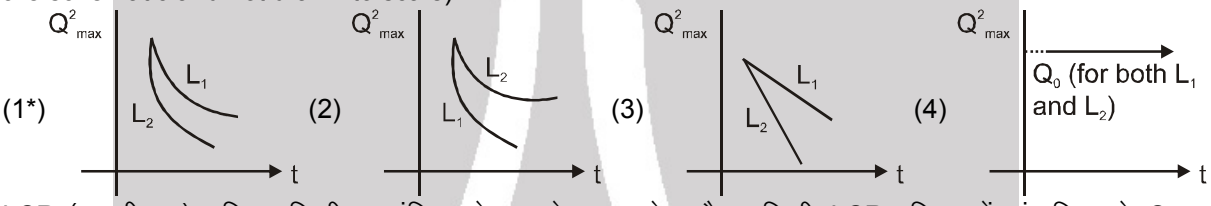
परिपथ में धारा ह्रास के लिये $I = I_0 e^{-\frac{tR}{L}}$

$I = \frac{E_0}{R} e^{-\frac{tR}{L}} \Rightarrow I = 0.67$ mA

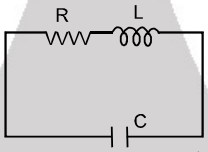
11.# An LCR circuit is equivalent to a damped pendulum. In an LCR circuit the capacitor is charged to Q_0 and then connected to the L and R as shown below : **[JEE(Main)-2015; 4/120, –1]**



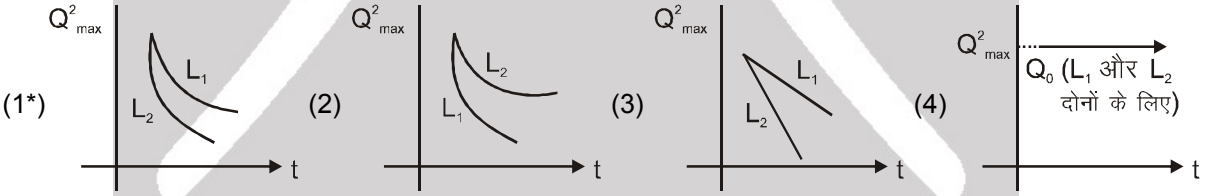
If a student plots graphs of the square of maximum charge (Q^2_{Max}) on the capacitor with time (t) for two different values L_1 and L_2($L_1 > L_2$) of L then which of the following represents this graph correctly ? (plots are schematic and not drawn to scale)

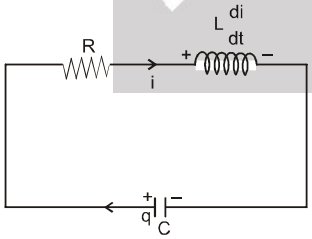


LCR (एल.सी.आर) परिपथ किसी अवमंदित लोलक के तुल्य होता है । किसी LCR परिपथ में संधारित्र को Q_0 तक आवेशित किया गया है, और फिर इसे आरेख में दर्शाये गये अनुसार L व R से जोड़ा गया है।



यदि एक विद्यार्थी L के, दो विभिन्न मानों L_1 तथा L_2 ($L_1 > L_2$) के लिये , समय t तथा संधारित्र पर अधिकतम आवेश के वर्ग (Q^2_{Max}) के बीच दो ग्राफ बनाता है तो निम्नाकिंत में से कौन सा ग्राफ सही है ? (ग्रॉफ केवल व्यवस्था ग्रॉफ है तथा स्केल के अनुसार नहीं हैं)





Sol.

at any time 't' apply KVL

किसी समय 't' पर KVL के द्वारा

$$\frac{q}{C} - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$

$$i = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{q}{C} + \frac{dq}{dt}R + \frac{Ld^2q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0$$

from damped harmonic oscillator, the amplitude is given by

अवमंदित आर्वती दोलन के लिए आयाम निम्न प्रकार दिया जाता है।

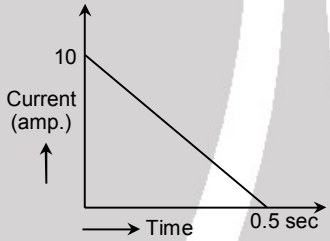
$A = A_0 e^{-\frac{dt}{2m}}$, for general equation of double differential equation $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$

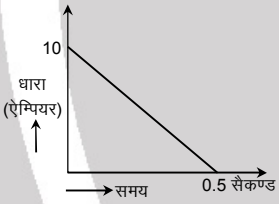
$A = A_0 e^{-\frac{dt}{2m}}$, द्विअवकलित व्यापक समीकरण के लिए $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$

$\Rightarrow \quad Q_{max}^{(t)} = Q_0 e^{-\frac{Rt}{2L}} \quad \Rightarrow \quad Q_{max}^2 = Q_0^2 e^{-\frac{Rt}{L}}$

lesser the self inductance, faster will be damping hence
कम स्वप्रेरकत्व के लिए अवमंदन तेजी से होगें।

12. In a coil resistance 100Ω, a current is induced by changing the magnetic flux through it as shown in the figure. The magnitude of change in flux through the coil is : **[JEE (Main) 2017, 4/120, –1]**
चुम्बकीय फ्लक्स के बदलने से 100Ω प्रतिरोध की कुण्डली में प्रेरित धारा को चित्र में दर्शाया गया है। कुण्डली से गुजरने वाले फ्लक्स में बदलाव का परिमाण होगा।





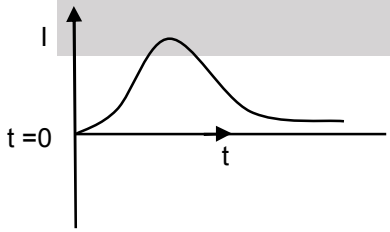
(1) 275 Wb (2) 200 Wb (3) 225 Wb (4*) 250 Wb

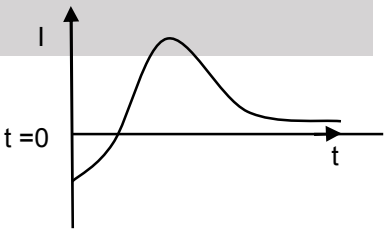
Ans. **(4)**

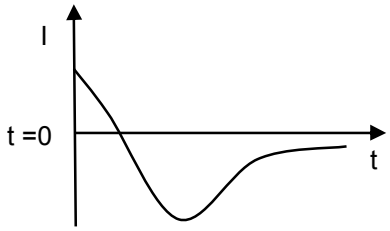
Sol. $\Delta Q = \frac{\Delta\phi}{r}$ = Area under $i-t$ graph i–t ग्राफ का क्षेत्रफल

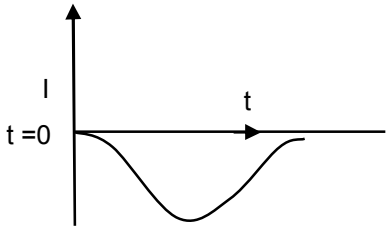
$= \frac{\Delta\phi}{100} = \frac{1}{2} \times 10 \times .5 \qquad \Rightarrow \Delta\phi = 2.5 \times 100 = 250$

13. A very long solenoid of radius R is carrying current $I(t) = kte^{-\alpha t}$ (k > 0), as a function of time ($t \geq 0$). Counter clockwise current is taken to be positive. A circular conducting coil of radius 2R is placed in the equatorial plane of the solenoid and concentric with the solenoid. The current induced in the outer coil is correctly, as a function of time by :
R त्रिज्या की अत्याधिक लम्बी परिनालिका में प्रवाहित धारा $I(t) = kte^{-\alpha t}$ (k > 0) समय के फलन ($t \geq 0$) के रूप में है। वामावर्त दिशा में धारा को धनात्मक लिया गया है। 2R त्रिज्या वाली एक वृत्ताकार कुण्डली को परिनालिका के समकेन्द्रीय तथा इसके मध्यवर्ती समतल में रखते हैं। बाह्य कुण्डली में प्रेरित धारा को समय के फलन में सही रूप से दर्शाने वाला ग्राफ है : **[JEE (Main) 2019 April, 4/120, –1]**

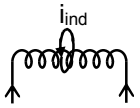
(1)


(2*)


(3)


(4)


Sol.



$i_{ind} \propto -\frac{di}{dt} = -\frac{d}{dt}(\alpha\, t\, e^{-\beta t})$

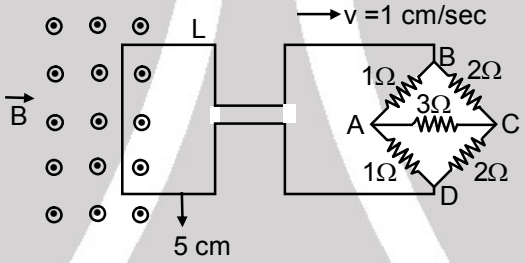
$= -(\alpha\, e^{-\beta t} + \alpha t\, e^{-\beta t}(-\beta))$

$= -\alpha e^{-\beta t}(1 - \beta t)$

Check value at t = 0

14. The figure shows a square loop L of side 5 cm which is connected to a network of resistance. The whole setup is moving towards right with a constant speed of 1 cm s^{-1}. At some instant, a part of L is in a uniform magnetic field of 1 T, perpendicular to the plane of the loop. If the resistance of L is 1.7 Ω, the current in the loop at that instant will be close to : **[JEE (Main) 2019 April, 4/120, –1]**

यहाँ आरेख में 5 cm भुजा का एक वर्गाकार पाश L दर्शाया गया है, जो प्रतिरोधों के एक परिपथ से जुड़ा है। यह संयोजन 1 cm s^{-1} की एक समान चाल से, दांयी ओर गति कर रहा है। किसी क्षण L का एक भाग 1 T तीव्रता के एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में है। यह क्षेत्र पाश L के समतल के लम्बवत् है। यदि, इस पाश का प्रतिरोध 1.7 Ω है तो, इस क्षण इसमें धारा का निकट मान होगा



(1*) 170 μA (2) 150μA (3) 115μA (4) 60μA

Sol. $E = BV\ell = 1 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-4}$ Volt

$R_{eq} = \frac{4}{3} + 1.7 = 1.33 + 1.7 = 3.03\Omega$

$I = \frac{5 \times 10^{-4}}{3.03}$; 166 μA

15. A long solenoid of radius R carries a time(t)- dependent current $I(t) = I_0 t(1 - t)$. A ring of radius 2R is placed coaxially near its middle. During the time interval $0 \le t \le 1$, the induced current (I_R) and the induced EMF(V_R) in the ring change as : **[JEE-Main-2020, 07 January; 4/100, –1]**

(1) Direction of I_R remains unchanged and V_R is zero at t = 0.25

(2*) At t = 0.5 direction of I_R reverses and V_R is zero

(3) At t = 0.25 direction of I_R reverses and V_R is maximum

(4) Direction of I_R remains unchanged and V_R is maximum at t = 0.5

त्रिज्या R की एक लम्बी परिनालिका (solenoid) में $I(t) = I_0 t(1 - t)$ मान की समय (t) के साथ बदलती हुई विद्युत धारा बह रही है। इसके बीच के हिस्से के पास 2R त्रिज्या की एक समाक्ष रिंग (ring) रखी हुई है। समय अन्तराल $0 \le t \le 1$ में रिंग में प्रेरित विद्युत धारा (I_R) व प्रेरित विद्युत–वाहक बल (V_R) किस प्रकार से बदलते हैं :

(1) I_R की दिशा एक समान रहती है और t = 0.25 पर V_R शून्य है।

(2*) t = 0.5 पर I_R की दिशा उलट जाती है और V_R शून्य है।

(3) t = 0.25 पर I_R की दिशा उलट जाती है और V_R अधिकतम है।

(4) I_R की दिशा एक समान रहती है और t = 0.5 पर V_R अधिकतम है।

Ans. **(2)**

Sol. $I = I_0 t - I_0 t^2$

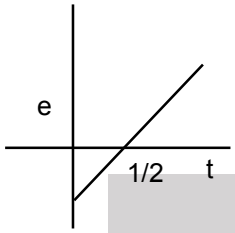
$\phi = BA$

$\phi = \mu_0 nIA$

$V_R = -\frac{d\phi}{dt} = -\mu_0 nAI_0 (1 - 2t)$

$V_R = 0$ at $t = \frac{1}{2}$

and तथा $I_R = \frac{V_R}{\text{Resistance of loop}}$ $\frac{V_R}{\text{लुप का प्रतिरोध}}$



16. A loop ABCDEFA of straight edges has six corner points A(0, 0, 0), B(5, 0, 0), C(5, 5, 0), D(0, 5, 0), E(0, 5, 5) and F(0, 0, 5). The magnetic field in this region is $\vec{B} = \left(3\hat{i} + 4\hat{k}\right)T$. The quantity of flux through the loop ABCDEFA (in Wb) is ..... .
ABCDEFA लूप की सभी भुजाएँ सीधी है और इसके छः कोने इस प्रकार हैं: A(0, 0, 0), B(5, 0, 0), C(5, 5, 0), D(0, 5, 0), E(0, 5, 5) और F(0, 0, 5) । यदि इस क्षेत्र में चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = \left(3\hat{i} + 4\hat{k}\right)T$ हो तो लूप ABCDEFA से होकर जाने वाले फ्लक्स का मान (Wb में) होगा ..... . **[JEE-Main-2020, 07 January; 4/100]**

Ans. **175**

17. A planar loop of wire rotates in a uniform magnetic field. Initially at t = 0, the plane of the loop is perpendicular to the magnetic field. If it rotates with a period of 10 s about an axis in its plane then the magnitude of induced emf will be maximum and minimum, respectively at :
एक तार का बना हुआ समतलीय लूप एक एकसामन चुम्बकीय क्षेत्र में घूम रहा है। समय t = 0 पर लूप का तल चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है। यदि लूप 10 सेकण्ड के आवर्त काल से अपने तल से होकर जाने वाले एक अक्ष के चारों ओर घूम रहा है तो इसमें प्रेरित विद्युत–वाहक बल का मान निम्न में से किन समयों पर क्रमशः अधिकतम और न्यूनतम होगा?
[JEE-Main-2020, 07 January; 4/100, –1]

(1) 5.0 s and 7.5 s
(2) 5.0 s and 10.0 s
(3) 2.5 s and 7.5 s
(4) 2.5 s and 5.0 s

Ans. **(4)**

Sol. $\therefore \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{5}$

When $\omega t = \frac{\pi}{2}$

$\because$ ϕ will be minimum.

$\therefore$ e will be maximum

$t = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{5}} = 2.5\,\text{sec}$

When $\omega t = \pi$

$\because$ ϕ will have maximum.

$\because$ e will be minimum.

$t = \frac{\pi}{\pi/5} = 5$ sec.

Sol. $\therefore \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{5}$

जब $\omega t = \frac{\pi}{2}$

$\because$ ϕ न्यूनतम होगा

$\therefore$ e अधिकतम होगा

$$t = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{5}} = 2.5\,\text{sec}$$

जब $\omega t = \pi$

$\because$ ϕ अधिकतम होगा

$\because$ e न्यूनतम होगा

$$t = \frac{\pi}{\pi/5} = 5 \text{ sec.}$$

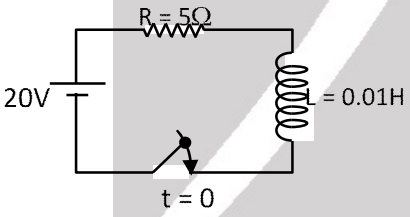
18. An emf of 20 V is applied at time t = 0 to a circuit containing in series 10 mH inductor and 5 Ω resistor. The ratio of the currents at time t = ∞ and at t = 40 s is close to : (Take $e^2 = 7.389$)
एक विद्युत परिपथ में 10 mH का एक प्रेरक और 5 Ω का एक प्रतिरोधक श्रेणी में लगे हुए है। इस पर 20 V का एक विद्युत–वाहक बल t = 0 समय पर लगाया जाता है। इस स्थिति में t = ∞ और t = 40 s पर इस परिपथ में बहने वाली विद्युत धाराओं के मान में अनुपात निम्न में से किसके निकट होगा? (e^2 का मान 7.389 लें)

[JEE-Main-2020, 07 January; 4/100, –1]

(1) 1.46 (2) 1.06 (3) 0.84 (4) 1.15

Ans. **(2)**

Sol. $i = i_0\left(1 - e^{\frac{-t}{L/R}}\right)$



$$= \frac{20}{5}\left(1 - e^{\frac{-t}{0.01/5}}\right)$$

$= 4(1 - e^{-500t})$

$i_\infty = 4$

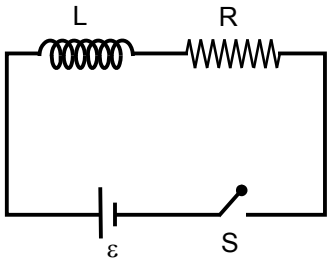
$i_{40} = 4(1 - e^{-500 \times 40})$

$$= 4\left(1 - \frac{1}{\left(e^2\right)^{10000}}\right) = 4\left(1 - \frac{1}{7.29^{10000}}\right)$$

$\frac{i_\infty}{i_{40}} \approx 1$ slightly greater than one.

$\frac{i_\infty}{i_{40}} \approx 1$ से थोड़ा ज्यादा

19.



As shown in the figure, a battery of emf ε is connected to an inductor L and resistance R in series. The switch is closed at t = 0. The total charge that flows from the battery, between t = 0 and t = t_c (t_c is the time constant of the circuit) is :

चित्रानुसार विद्युत–वाहक बल ε की एक बैटरी को क्रमबद्ध श्रेणी में जोड़कर लगे हुए प्रेरक L तथा प्रतिरोध R से जोड़ा गया है। यदि स्विच को समय t = 0 पर बन्द कर दिया जाय तो t = 0 और t = t_c (t_c परिपथ का समय स्थिरांक है) के बीच बैटरी से बहने वाली आवेश का मान है :

[JEE-Main-2020, 08 January; 4/100, –1]

(1) $\frac{\varepsilon L}{R^2}\left(1-\frac{1}{e}\right)$ (2) $\frac{\varepsilon R}{eL^2}$ (3) $\frac{\varepsilon L}{R^2}$ (4) $\frac{\varepsilon L}{eR^2}$

Ans. **(4)**

Sol. $q = \int_0^{T_C} idt$

$= \frac{\varepsilon}{R}\left[t - \frac{e^{-t/T_C}}{\frac{-1}{T_C}}\right]_0^{T_C}$; $= \frac{\varepsilon}{R}\left[T_C + T_C e^{-1} - T_C\right] = \frac{\varepsilon}{R} \times \frac{1}{e} \times \frac{L}{R}$; $= \frac{\varepsilon L}{R^2 e}$

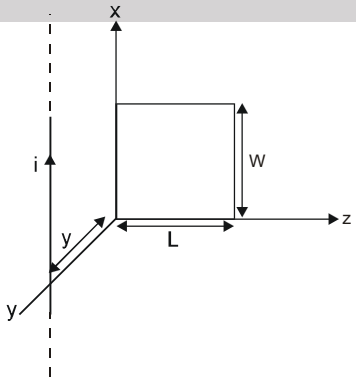
High Level Problems (HLP)

SUBJECTIVE QUESTIONS

विषयात्मक प्रश्न (SUBJECTIVE QUESTIONS)

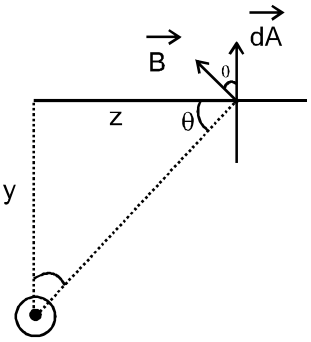
1.# In the figure, a long thin wire carrying a varying current $i = i_0 \sin \omega t$ lies at a distance y above one edge of a rectangular wire loop of length L and width W lying in the x-z plane. What emf is induced in the loop.

चित्र में धारा $i = i_0 \sin \omega t$ का एक लम्बा पतला धारावाही तार, x – z तल में स्थित L लम्बाई व W चौड़ाई के एक आयताकार लूप की एक कोर के ऊपर y दूरी पर रखा हुआ है तो लूप में प्रेरित वि०वा०बल ज्ञात करो ?



Ans. $\frac{\mu_0 i_0 W \omega \cos \omega t}{4\pi} \ell n\left(\frac{L^2}{Y^2}+1\right)$

Sol.



$$\frac{di}{dt} = I_o\,\omega\cos\omega t \qquad B = \frac{\mu_o i}{2\pi\ [y^2 + z^2]^{1/2}}$$

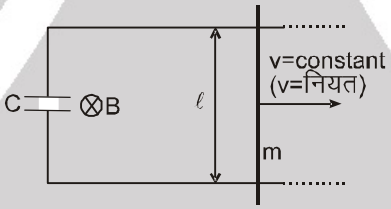
$$d\phi = B\,(dA)\cos\theta = B\,(W\,dz)\cos\theta = \frac{\mu_o i}{2\pi\ [y^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}}\,(W\,dz)\cos\theta$$

$$\phi = \frac{\mu_o i\ W}{2\pi}\int_0^L \frac{Z}{y^2 + z^2}.\ dz = \frac{\mu_o i\ W}{4\pi}\,[\ln(y^2+z^2)]_0^L = \frac{\mu_o i\ W}{4\pi}\ \ln\left[\frac{y^2+L^2}{y^2}\right]$$

$$\varepsilon = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_o\ W}{4\pi}\ln\left[\frac{y^2 + L^2}{y^2}\right]\frac{di}{dt}$$

2.# In the figure shown a conducting rod of length ℓ, resistance R and mass m is moved with a constant velocity v . The magnetic field B varies with time t as B = 5 t, where t is time in second. At t = 0 the area of the loop containing capacitor and the rod is zero and the capacitor is uncharged. The rod started moving at t = 0 on the fixed smooth conducting rails which have negligible resistance. Find the current in the circuit as a function of time t.

चित्रानुसार एक ℓ लम्बाई, R प्रतिरोध व m द्रव्यमान की चालक छड़ नियत वेग v से गति कर रही है। चुम्बकीय क्षेत्र B समय के साथ B = 5 t के अनुरूप बदलता है। यहाँ t समय सैकण्ड में है t = 0 पर संधारित्र तथा छड़ के मध्य का क्षेत्रफल शून्य है तथा संधारित्र अनावेशित है। छड़ t = 0 पर स्थिर नगण्य प्रतिरोध वाली घर्षण रहित चालक पटरी पर चलना प्रारम्भ करती है। परिपथ में धारा, समय t के फलन में ज्ञात कीजिए।



Ans. $i = 10\,\ell\,v\,c\,(1 - e^{-t/Rc})$

Sol. ϕ = flux at time t

ϕ = t समय पर फ्लक्स

$= BA = (5t)\,(\ell vt) = 5\ell\,vt^2$

$$\therefore \qquad \varepsilon = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = 10\,\ell\,vt$$

$$\frac{q}{c} = \varepsilon - i\,R \Rightarrow \frac{q}{c} = 10\,\ell\,vt - iR$$

Differentiating both sides w.r.t t

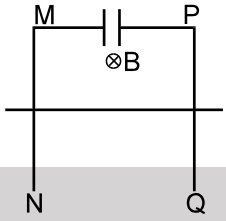
दोनों ओर t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$10\,\ell v - \frac{di}{dt}\,R = \frac{i}{c}$$

$$\therefore \qquad i = 10\,\ell\,Vc\,(1 - e^{-t/cR})$$

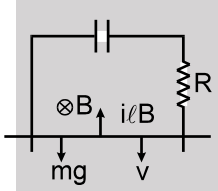
3. In the figure shown a conducting rod of length ℓ, resistance R & mass m can move vertically downward due to gravity. Other parts are kept fixed. B = constant = B_0. MN and PQ are vertical, smooth, conducting rails. The capacitance of the capacitor is C. The rod is released from rest. Find the maximum current in the circuit.

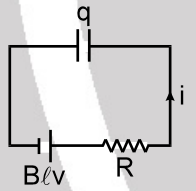
चित्रानुसार ℓ, लम्बाई की चालक छड़ जिसका प्रतिरोध R है और द्रव्यमान m है, गुरूत्व बल द्वारा उर्ध्वाधर नीचे गिर रही है। दूसरे भाग को स्थिर किया गया हैं B = अचर = B_0 ; MN और PQ उर्ध्वाधर है, घर्षणविहीन है और चालक पटरियाँ है। संधारित्र की धारिता C है। छड़ विराम अवस्था में छोड़ी जाती है। परिपथ में अधिकतम धारा का मान होगा।



Ans. $i_{max} = \dfrac{mgB\ell c}{m + B^2\ell^2 c}$

Sol. By newton's law : न्यूटन के नियम से $mg - i\ell B = m\dfrac{dv}{dt}$ .....(1)





By KVL के द्वारा $B\ell v = iR + \dfrac{q}{c}$ .....(2)

differentiate (2) w.r.t. time $B\ell\dfrac{dv}{dt} = R\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{c}$ .....(3)

(2) का t समय के सापेक्ष अवकलन करने पर $B\ell\dfrac{dv}{dt} = R\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{c}$ .....(3)

Eliminate $\dfrac{dv}{dt}$ by (1) & (3) $\quad mg - i\ell B = \dfrac{m}{B\ell}\left[R\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{c}\right]$

$\dfrac{dv}{dt}$ का विलोपन (1) और (3) से करने पर $\quad mg - i\ell B = \dfrac{m}{B\ell}\left[R\dfrac{di}{dt} + \dfrac{i}{c}\right]$

$\Rightarrow mgB\ell - iB^2\ell^2 = mR\dfrac{di}{dt} + \dfrac{mi}{c}$ .....(4)

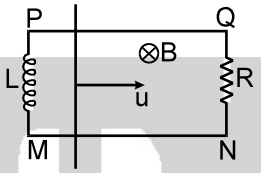
i will be maximum when $\dfrac{di}{dt} = 0$. Use this in (4)

i अधिकतम होगी जब $\dfrac{di}{dt} = 0$ इसको समीकरण (4) में उपयोग करने पर

$\Rightarrow mgB\ell c = i(B^2\ell^2 c + m) \quad \Rightarrow \quad i_{max} = \dfrac{mgB\ell c}{m + B^2\ell^2 c}$ **Ans.**

4.# In the figure, a conducting rod of length ℓ = 1 meter and mass m = 1 kg moves with initial velocity u = 5 m/s. on a fixed horizontal frame containing inductor L = 2 H and resistance R = 1 Ω. PQ and MN are smooth, conducting wires. There is a uniform magnetic field of strength B = 1T. Initially there is no current in the inductor. Find the total charge in coulomb, flown through the inductor by the time velocity of rod becomes v_f = 1 m/s and the rod has travelled a distance x= 3 meter.

चित्रानुसार ℓ = 1 meter लम्बी, m = 1 kg द्रव्यमान की एक चालक छड़ प्रारम्भिक वेग u = 5 m/s से एक क्षैतिज स्थिर फ्रेम पर गति कर रही है। इस फ्रेम के साथ R = 1 Ω का एक प्रतिरोध और L = 2 H का एक प्रेरकत्व भी चित्रानुसार जुड़ा हुआ है। PQ और MN चिकने चालक तार है। पूरे भाग में एक समान चुम्बकीय क्षेत्र B = 1T फैला हुआ है। प्रारम्भ में प्रेरक कुण्डली से कोई धारा नहीं बह रही थी। जब छड़ x = 3 meter दूरी चली हो और उसका वेग v_f = 1 m/s हो गया हो, तब तक प्रेरक कुण्डली से कितना आवेश (कूलॉम में) गुजर गया होगा ?

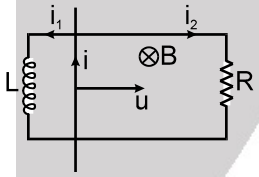


Ans. $Q = \dfrac{-\dfrac{B^2\ell^2}{R}x - m(v_f - u)}{B\ell} = 1C.$

Sol. Let i_1 and i_2 be the current through L and R at any time t

$\therefore i = i_1 + i_2 \quad \Rightarrow \dfrac{B\ell v}{R} = i_2$ and $B\ell v = L\dfrac{di_1}{dt}$

Force on conducting rod = $m\dfrac{dv}{dt} = -i\ell B = -\left(i_1 + \dfrac{B\ell v}{R}\right)\ell B$



$\Rightarrow \quad m\,dv = -B\,i_1\,dt - v\,dt \quad \Rightarrow \quad m\,dv = -B\,i_1\,dt - v\,dt \quad \Rightarrow \quad m(v_f - u) = -BQ - x$

(v_f = velocity, when it has moved a distance 'x')

$\Rightarrow \quad Q = \dfrac{-\dfrac{B^2\ell^2}{R}x - m(v_f - u)}{B\ell} = 1C.$

Sol. माना किसी समय t पर L और R से गुजरने वाली धारा i_1 और i_2 है।

$\therefore i = i_1 + i_2 \Rightarrow \dfrac{B\ell v}{R} = i_2$ तथा $B\ell v = L\dfrac{di_1}{dt}$

चालक छड़ पर बल = $m\dfrac{dv}{dt} = -i\ell B = -\left(i_1 + \dfrac{B\ell v}{R}\right)\ell B$

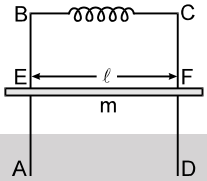
$\Rightarrow \quad m\,dv = -\ell B\,i_1\,dt - \dfrac{B^2\ell^2}{R}v\,dt \quad \Rightarrow m\int dv = -\ell B\int i_1\,dt - \dfrac{B^2\ell^2}{R}\int v\,dt$

$\Rightarrow \quad m(v_f - u) = -\ell B\,Q - \dfrac{B^2\ell^2}{R}x$

(v_f = छड़ का वेग, जब यह 'x' दूरी तय चुकी होगी।)

$\Rightarrow \quad Q = \dfrac{-\dfrac{B^2\ell^2}{R}x - m(v_f - u)}{B\ell} = 1C.$

5. A conducting frame ABCD is kept fixed in a vertical plane. A conducting rod EF of mass m can slide smoothly on it remaining horizontal always. The resistance of the loop is negligible and inductance is constant having value L. The rod is left from rest and allowed to fall under gravity and inductor has no initial current. A uniform magnetic field of magnitude B is present throughout the loop pointing inwards. Determine.
एक सुचालक फ्रेम ABCD ऊर्ध्वाधर तल में जड़वत् रखा है। एक m द्रव्यमान की सुचालक छड़ EF हमेशा क्षैतिज रहते हुए इस पर बिना घर्षण के फिसल सकती है। लूप का प्रतिरोध नगण्य है तथा प्रेरकत्व नियत परिमाण L के बराबर है। छड़ को स्थिरावस्था से मुक्त करते है तथा यह गुरूत्व के अन्तर्गत गिरती है तथा प्रेरकत्व में कोई प्रारम्भिक धारा नहीं है। नियत परिमाण B का एक समान चुम्बकीय क्षेत्र लूप में सब जगह अन्दर की ओर विद्यमान है। ज्ञात करो –



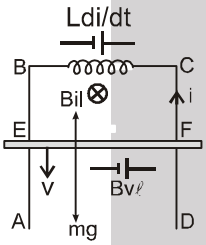
(a) Position of the rod as a function of time assuming initial position of the rod to be x = 0 and vertically downward as the positive X-axis.
छड़ की प्रारम्भिक स्थिति x = 0 पर तथा X-अक्ष को ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर मानते हुए छड़ की समय के फलन के रूप में स्थिति।

(b) Maximum current in the circuit परिपथ में महत्तम धारा।

(c) Maximum velocity of the rod. छड़ का महत्तम वेग।

Ans. (a) $x = \frac{g}{\omega^2}[1-\cos\omega t]$, (b) $I_{max} = \frac{2mg}{B\ell}$, (c) $V_{max} = \frac{g}{\omega}$

Sol.



$\frac{Ldi}{dt} = Bv\ell$ ....(i)

$mg - Bi\ell = m\frac{dv}{dt}$

differentiating अवकलन करने पर, $-B\ell\frac{di}{dt} = m\frac{d^2v}{dt^2}$ ...(ii)

From (i) & (ii) से $\frac{d^2v}{dt^2} = \frac{B^2\ell^2}{mL}\ v = -\omega^2 v$

Where जहाँ $\omega = \frac{B\ell}{\sqrt{mL}}$ $\therefore$ $v = A\sin\omega t$

$\frac{dv}{dt} = A\omega\cos\omega t$, $t = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g$

$\therefore$ $g = A\omega$ $\therefore$ $A = g/\omega$

$\therefore$ $v_{max} = A = g/\omega$

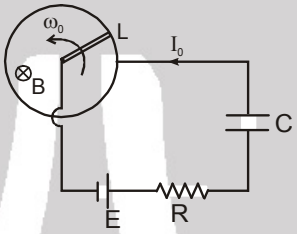
$\therefore$ $v = \frac{g}{\omega}\sin\omega t$ $\therefore$ $\frac{dx}{dt} = v = \frac{g}{\omega}\sin\omega t$

$\therefore$ $x = \frac{g}{\omega^2}(1-\cos\omega t)$ **Ans.**

From (ii) से $Bi\ell = mg - m\frac{dv}{dt} = mg - mA\omega\cos\omega t$

$i_{max} = \frac{mg+mA\omega}{B\ell} = \frac{mg+mg}{B\ell} = 2mg/(B\ell)$ **Ans.**

6. L is s smooth conducting loop of radius ℓ = 1.0 m & fixed in a horizontal plane. A conducting rod of mass m = 1.0 kg and length slightly greater than ℓ hinged at the centre of the loop can rotate in the horizontal plane such that the free end slides on the rim of the loop. There is a uniform magnetic field of strength B = 1.0 T directed vertically downward. The rod is rotated with angular velocity ω_0 = 1.0 rad/s and left. The fixed end of the rod and the rim of the loop are connected through a battery of e.m.f. E, a resistor of resistance R = 1.0 Ω, and initially uncharged capacitor of capacitance C = 1.0 F in series. Find :
L एक चालक लूप है जिसकी त्रिज्या ℓ = 1.0 मी. तथा यह क्षैतिज में स्थित है। एक m = 1.0 kg द्रव्यमान तथा ℓ से कुछ बड़ी चालक छड़ जो लूप के केन्द्र से किलकीत है, क्षैतिज तल में इस तरह से घूमती है कि इसका मुक्त सिरा हमेशा लूप की रिम को स्पर्श करता है। यहाँ पर एक समान चुम्बकीय क्षेत्र जिसकी तीव्रता B = 1.0 T है, उर्ध्वाधर नीचे की तरफ कार्यरत है। छड़ ω_0 = 1.0 rad/s के कोणीय वेग से घूमायी जाती है तथा फिर छोडी जाती है छड़ के स्थिर बिन्दु तथा लूप की रिम को E, वि.वा.व वाली बैटरी तथा R = 1.0 Ω, के प्रतिरोध से जोड़ते है तथा प्रारम्भ मे अनावेशित संधारित्र जिसकी धारिता C = 1.0 F है को श्रेणीक्रम मे जोड़ते है। बताइये :

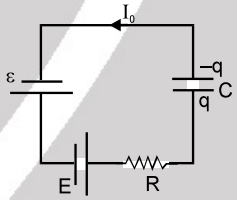


(i) the time dependence of e.m.f. E such that the current I_0 = 1.0 A in the circuit is constant.
वि.वा.बल की समय पर निर्भरता जबकि परिपथ में धारा I_0 = 1.0 A नियत रहे।

(ii) energy supplied by the battery by the time rod stops .
छड़ के रूकने तक के समय में बैटरी द्वारा दी गयी ऊर्जा।

Ans. (i) $\frac{1}{2}+\frac{7t}{4}$ (ii) $\frac{13}{18}$ J **Ans.**

Sol. (i) The magnetic equivalent of the loop-rod system. लूप–छड़ निकाय का चुम्बकीय तुल्य



$\varepsilon = \frac{1}{2}\ \omega\ \ell^2$

where, ω = angular velocity of rod at any time 't' then , $\omega = \omega_0 - \alpha t$
जहाँ, ω = किसी समय t का कोणीय वेग है, तब, $\omega = \omega_0 - \alpha t$

$$\tau = I\alpha \ \Rightarrow (I_0\,\ell B)\ \frac{\ell}{2} = \frac{m\ell^2}{3}\alpha \ \Rightarrow \qquad \alpha = \frac{3I_0B}{2} = \frac{3}{2}\ \text{rad/s}^2$$

applying loop law, लूप नियम लगाने पर,

$$\varepsilon + E - I_0R - \frac{q}{C} = 0$$

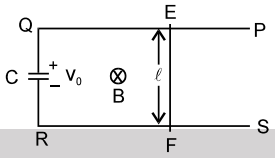
$$\frac{1}{2}\,B\,\ell^2\,(\omega_0 - \alpha t) + E - I_0\,R - \frac{I_0 t}{C} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad E = I_0\left(R + \frac{t}{C}\right) - \frac{1}{2}\,B\,\ell^2\,(\omega_0 - \alpha t) = \frac{1}{2} + \frac{7t}{4}$$

(ii) $\omega = 0 = \omega_0 - \frac{3}{2}t_0$ so इसलिए, $t_0 = \frac{2\omega_0}{3} = \frac{2}{3}$ sec

Also energy supplied by battery बैटरी द्वारा प्रदत्त ऊर्जा $= \int_0^{t_0} EI_0\ dt = \int_0^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{2}+\frac{7t}{4}\right) I_0\ dt = \frac{t}{2}+\frac{7t^2}{8}\Big|_0^{\frac{2}{3}} = \frac{13}{18}\text{J}$

Ans.

7.# In the figure shown 'PQRS' is a fixed resistanceless conducting frame in a uniform and constant magnetic field of strength B. A rod 'EF' of mass 'm', length 'ℓ' and resistance R can smoothly move on this frame. A capacitor charged to a potential difference 'V_0' initially is connected as shown in the figure. Find the velocity of the rod as function of time 't' if it is released at t = 0 from rest.
चित्र में 'PQRS' एक स्थिर जडवत् तथा प्रतिरोधहीन चालक फ्रेम एक समान तथा नियत चुम्बकीय क्षेत्र B में रखा है। एक m द्रव्यमान, 'ℓ' लम्बाई तथा R प्रतिरोध की एक छड़ 'EF' इस पर बिना घर्षण के गति कर सकती है। एक संधारित्र जिसको 'V_0' विभवान्तर तक आवेशित किया गया है, चित्रानुसार जोड़ा जाता है। यदि t = 0 पर छड़ को विरामावस्था से छोड़ा जाता है तो छड़ का वेग समय के फलन में ज्ञात करो।



Ans. $v = \dfrac{B\ell C\ V_0}{m + B^2\ell^2 C}\left(1 - e^{-\left(\frac{B^2\ell^2}{mR} + \frac{1}{RC}\right)t}\right)$

Sol. Due to charged capacitor current will flow in the rod in downward direction. Hence the rod will experience magnetic force towards right. Then an emf (motional) will be induced in the rod.
Let the charge on capacitor and speed of rod at any time t be q and v respectively.
आवेशित संधारित्र के कारण छड़ में धारा नीचे की ओर प्रवाहित होगी। अतः छड़ दायीं ओर एक बल अनुभव करती है। तब (गतिकीय) वि.वा.बल छड़ में प्रेरित होगा।
माना कि संधारित्र में आवेश व छड़ की चाल किसी समय t पर क्रमशः q व v है।

Applying loop law we get लूप नियम लगाने पर हम प्राप्त करते हैं

$$\frac{q}{C} - iR - B\ell v = 0 \qquad \ldots.(1)$$

The force on rod is छड़ पर बल -

$$F = m\frac{dv}{dt} = Bi\ell \qquad .....(2)$$

differentiating equation (1) w.r.t. time t we get समीकरण (1) को t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$-\frac{i}{C} - R\frac{di}{dt} - B\ell\frac{dv}{dt} = 0 \qquad ....(3)$$

from equation (2) and (3) we get समीकरण (2) व (3) से हम प्राप्त करते हैं।

$$\frac{di}{dt} = \left[\frac{B^2\ell^2}{mR} + \frac{1}{RC}\right] - i \Rightarrow \frac{di}{i} = -Kdt \qquad ....(4)$$

where जहाँ $K = \dfrac{B^2\ell^2 C + m}{mRC}$

at t = 0 sec पर , $q = CV_0$ and ओर v = 0

$\therefore$ from equation (1) the current at t = 0 is $i_0 = \dfrac{V_0}{R}$

$\therefore$ t = 0 पर धारा समीकरण (1) से $i_0 = \dfrac{V_0}{R}$

integrating equation समीकरण (4) का समाकलन

$$\int_{V_0/R}^{i} \frac{di}{i} = -K\int_0^t dt$$

we get हम प्राप्त करते हैं

$$i = \frac{V_0}{R} e^{-Kt}$$

from equation (2) समीकरण (2) से

$$dv = \frac{B\ell}{m} i\, dt \quad \text{or या} \quad dv = \frac{B\ell V_0}{mR} e^{-Kt} dt$$

integrating the equation समीकरण के समाकलन से

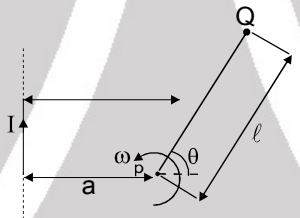
$$\int_0^v dv = \int_0^t \frac{B\ell}{m}\frac{V_0}{R} e^{-Kt} dt \quad \Rightarrow \quad v = \frac{B\ell V_0}{mR}\left(-\frac{1}{K}\right)[e^{-Kt} - e^0] = \frac{B\ell V_0}{mRK}[1 - e^{-Kt}]$$

By substituting 'K' we get K का मान रखने पर हम प्राप्त करते हैं।

$$v = \frac{B\ell C\ V_0}{m + B^2\ell^2 C}\left(1 - e^{-\left(\frac{B^2\ell^2}{mR} + \frac{1}{RC}\right)t}\right)$$

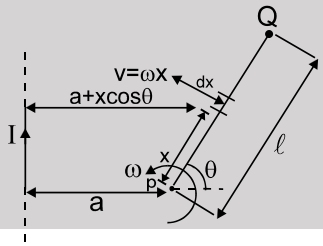
8.# In the figure shown a long conductor carries constant current I. A rod PQ of length ℓ is in the plane of the rod. The rod is rotated about point P with constant angular velocity ω as shown in the figure. Find the e.m.f. induced in the rod in the position shown. Indicate which point is at high potential.

चित्रानुसार एक लम्बे चालक में धारा I प्रवाहित हो रही है। एक ℓ लम्बाई की छड़ PQ इसके तल में रखी हैं छड़ को P बिन्दु के सापेक्ष नियत कोणीय वेग ω से चित्रानुसार घुमाते हैं इस स्थिति में छड़ में प्ररित वि.वा.बल का मान ज्ञात करो। बताओ किस बिन्दु पर विभव अधिक है।



Ans. $\frac{\mu_0 i\omega}{2\pi\cos\theta}\left[\ell - \frac{a}{\cos\theta}\ell n\left(\frac{a+\ell\cos\theta}{a}\right)\right]$

Sol. Magnetic field B at point of differential element is
अवकलनीय अवयव के बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र B है



$$B = \frac{\mu_0\ i}{2\pi(a + x\cos\theta)}$$ emf induced in this element is $d\varepsilon = B\,V\,dx$

$$B = \frac{\mu_0\ i}{2\pi(a + x\cos\theta)}$$ इस अवयव पर प्रेरित वि.वा.बल $d\varepsilon = B\,V\,dx$

$$\Rightarrow \quad d\varepsilon = \frac{\mu_0 i\omega}{2\pi}\cdot\frac{x\,dx}{(a + x\cos\theta)}$$

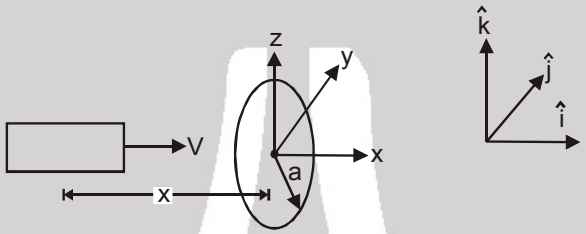
$$\Rightarrow \quad \varepsilon = \int_0^{\varepsilon} d\varepsilon = \frac{\mu_0\ i\ \omega}{2\pi\cos\theta}\int_0^{\ell}\left(\frac{x}{\left(\frac{a}{\cos\theta}\right) + x}\right) dx = \frac{\mu_0 i\omega}{2\pi\cos\theta}\left[\ell - \frac{a}{\cos\theta}\ell n\left(\frac{a+\ell\cos\theta}{a}\right)\right] \text{..... } \textbf{Ans.}$$

9. An infinitesimally small bar magnet of dipole moment M is moving with the speed v in the X-direction. A small closed circular conducting loop of radius 'a' and negligible self-inductance lies is the Y-Z plane with its centre at x = 0, and its axis coinciding with the X-axis. Find the force opposing the motion of the magnet, if the resistance of the loop is R. Assume that the distance x of the magnet from the centre of the loop is much greater than a.

द्विध्रुव आघूर्ण M का एक अत्यन्त सूक्ष्म छड़ चुम्बक, X–अक्ष की दिशा में v चाल से गतिमान है। 'a' त्रिज्या व नगण्य स्व–प्रेरकत्व का एक बन्द चालक वृत्ताकार लूप Y-Z तल में स्थित है तथा इसका केन्द्र x = 0 पर है तथा इसकी अक्ष, X-अक्ष से सम्पाती है। यदि लूप का प्रतिरोध R है तो चुम्बक की गति का विरोध कर रहा बल ज्ञात करो। मान लो कि लूप के केन्द्र से चुम्बक की दूरी x, a के सापेक्ष बहुत अधिक है।

Ans. $\frac{9\mu_0{}^2M^2a^4v}{4\ Rx^8}$

Sol. Given that x >> a दिया हुआ है



magnetic field at the centre of the coil due to the bar magnet is ,
छड़ चुम्बक के कारण कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M}{x^3} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{M}{x^3}$$

Due to this, magnetic flux linked with the coil will be -
इसके कारण, कुण्डली से संबंधित चुम्बकीय फ्लक्स

$$\phi = BS = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{M}{x^3}\ (\pi a^2) = \frac{\mu_0 Ma^2}{2x^3}$$

$\therefore$ Induced emf in the coil, due to motion of the magnet is ,

$\therefore$ चुम्बक की गति के कारण, कुण्डली में प्रेरित वि.वा.बल

$$e = \frac{-d\phi}{dt} = -\left(\frac{\mu_0 Ma^2}{2}\right)\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{x^3}\right) = \frac{\mu_0 Ma^2}{2}\left(\frac{3}{x^4}\right)\frac{dx}{dt} = \frac{3}{2}\frac{\mu_0 Ma^2}{Rx^4}V\left(\frac{dx}{dt} = V\right)$$

Therefore, induced current in the coil is , इसलिए कुण्डली में प्रेरित धारा

$$i = \frac{e}{R} = \frac{3}{2}\frac{\mu_0 Ma^2}{Rx^4}V$$

Magnetic moment of the coil due to this induced current will be ,
इस प्रेरित धारा के कारण कुण्डली का चुम्बकीय आघूर्ण

$$M' = iS = \frac{3}{2}\frac{\mu_0 Ma^2}{Rx^4}V\ (\pi a^2)$$

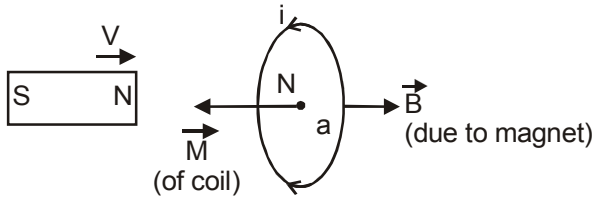
$$M' = \frac{3}{2}\frac{\mu_0 \pi Ma^4\ V}{Rx^4}$$

Potential energy of $\vec{M}'$ in $\vec{B}$ will be, $\vec{M}'$ व $\vec{B}$ के स्थितिज ऊर्जा,

$$U = -M'B\cos 180^0$$

$$U = M'B$$

$$= \frac{3}{2}\frac{\mu_0 \pi Ma^4\ V}{Rx^4}\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{M}{x^3}\right)$$



$$U = \frac{3}{4}\frac{\mu_0^2 M^2 a^4}{R}\frac{V}{x^7}$$

$$\therefore \quad F = -\frac{dU}{dx} = \frac{21}{4}\frac{\mu_0^2 M^2 a^4}{R x^8}\,V$$

Positive sign of F implies that there will be a repulsion between the magnet and the coil.
Note that here we cannot apply
F का धनात्मक चिन्ह दर्शाता है कि यहाँ चुम्बक व कुण्डली के मध्य प्रतिकर्षण बल है।
यह हम उपयोग में नहीं कर सकते हैं।

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{6\ MM'}{x^4}$$ (directly सीधे ही).....(i)

because here M' is a function of x however equation (1) can be applied where M and M' both are constants.
क्योंकि, M' , x का फलन है। समीकरण (1) लगा सकते हैं, जब M व M' दोनों नियत हो।

10. A square loop of side a = 12 cm with its sides parallel to x, and y-axis is moved with velocity, V = 8 cm/s in the positive x direction in a magnetic field along the positive z-direction. The field is neither uniform in space nor constant in time. It has a gradient $\partial B/\partial x = -10^{-3}$ T/cm along the x-direction, and it is changing in time at the rate $\partial B/\partial t = 7$T/sec in the loop if its resistance is R = 4.5 Ω. Find the current.
भुजा a = 12 cm के वर्गाकार लूप की भुजाऐं x–अक्ष तथा y-अक्ष के समान्तर है। इसे V = 8 cm/s के वेग से धनात्मक x दिशा में, z-दिशा में स्थित चुम्बकीय क्षेत्र में चलाते है। चुम्बकीय क्षेत्र न तो क्षेत्र में एकसमान है और न ही समय के साथ नियत है। x–दिशा में इसकी प्रवणता $\partial B/\partial x = -10^{-3}$ T/cm तथा समय के साथ इसकी लूप में परिवर्तन की दर $\partial B/\partial t = 7$T/sec है। यदि प्रतिरोध R = 4.5 Ω हो तो धारा ज्ञात करो।

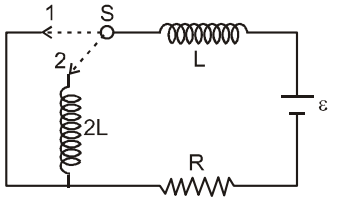
Ans. 22.4 mA

Sol. $$I = \frac{EMF}{R} = -\frac{a^2\delta B}{R\ \delta X}v - \frac{a^2\delta B}{R\delta t} = 22.4\text{mA}$$

Method II:
Take $B = -10^{-3}x + 7t + B_0$ लेने पर
where B_0 is constant जहाँ B_0 नियतांक है

$$\phi = \int_{y=x}^{x+a} adyB\ ,\ \varepsilon = \left|\frac{d\phi}{dt}\right|\ ,\ i = \frac{\varepsilon}{R}.$$

11.# In the circuit shown, the switch S is shifted to position 2 from position 1 at t = 0, having been in position 1 for a long time. Find the current in the circuit as a function of time.
दर्शाए परिपथ में कुंजी S को स्थिति 1 से 2 स्थिति में t = 0 पर परिवर्तित किया गया है। यह स्थिति 1 में काफी अधिक समय से थी परिपथ में धारा समय के फलन रूप में ज्ञात कीजिए।



Ans. $$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - \frac{2}{3}\times e^{\frac{-Rt}{3L}}\right)$$

Sol. Let I_0 be the initial current in the steady state condition before shifting the switch.
माना स्थिति परिवर्तन के पूर्व स्थाई अवस्था में प्रारंभिक धारा I_0 है।

$$\therefore \qquad I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

Let I'_0 be the current in the circuit at time $t = 0_+$.
$t = 0_+$ समय पर माना परिपथ में धारा I'_0 है।

Since the flux associated with inductors will be same just before and after the shifting of switch, (otherwise the induced emf would be infinite)
चूंकि प्रेरकत्व से संबधित फ्लक्स कुंजि परिवर्तन के ठीक पहले व ठीक पश्चात् समान है (अन्यथा प्रेरित वि० वा० ब अनन्त हो जाएगा)

$$\phi = I_0L = I'_0 (L + 2L) \qquad \text{or या} \qquad I'_0 = \frac{I_0}{3} = \frac{\varepsilon}{3R}$$

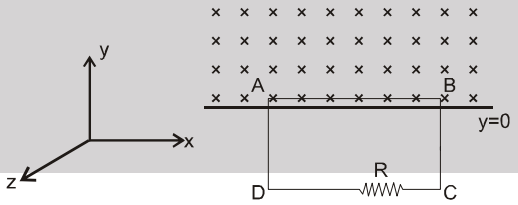
If I is the instantaneous current in the circuit at time t, then
यदि समय t पर परिपथ में तात्क्षणिक धारा I है तो

$$\varepsilon - 3L\frac{dI}{dt} - IR = 0 \Rightarrow 3L\frac{dI}{dt} = \varepsilon - IR \quad \text{or या} \quad \int_{I'_0}^{I} \frac{dI}{\varepsilon - IR} = \frac{1}{3L}\int_0^t dt$$

$$\Rightarrow \qquad \ln\left(\frac{\varepsilon - IR}{\varepsilon - I'_0R}\right) = \frac{-Rt}{3L} \qquad \text{or या} \qquad \frac{\varepsilon - IR}{\varepsilon - \frac{\varepsilon}{3R}R} = e^{-\frac{Rt}{3L}}$$

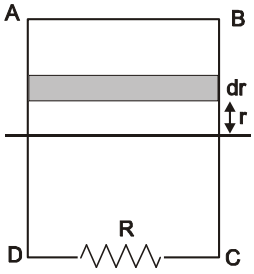
$$\text{or या} \quad \varepsilon - IR = \frac{2\varepsilon}{3} \times e^{-\frac{Rt}{3L}} \qquad \text{or या} \quad I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - \frac{2}{3} \times e^{\frac{-Rt}{3L}}\right)$$

12.# A square loop ABCD of side ℓ is moving in xy plane with velocity $\vec{v} = \beta t\ \hat{j}$. There exists a non-uniform magnetic field $\vec{B} = -B_0(1 + \alpha y^2)\ \hat{k}$ $(y > 0)$, where B_0 and α are positive constants.
Initially, the upper wire of the loop is at $y = 0$. Find the induced voltage across the resistance R as a function of time. Neglect the magnetic force due to induced current.
एक वर्गाकार पाश ABCD भुज लंबाई ℓ, xy तल में वेग $\vec{v} = \beta t\ \hat{j}$ से गति कर रहा है। क्षेत्र में असमान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = -B_0(1 + \alpha y^2)\ \hat{k}$ $(y > 0)$ स्थित है जहां B_0 व α धनात्मक नियतांक है।
प्रारंभ में पाश का उपरी तार $y = 0$ पर स्थित है। प्रतिरोध R पर प्रेरित वि०वा०बल० समय फलन रूप में ज्ञात कीजिए। प्रेरित धारा का चुम्बकीय बल नगण्य मानिए।



Ans. $\varepsilon = -B_0I\beta\left(t + \frac{\alpha \times \beta^2 t^5}{4}\right)$

Sol. Flux inside the strip पट्टी में फ्लक्स = B. I. dr = $B_0 (1 + \alpha r^2)$. Idr



Total flux in the loop पाश में कुल फ्लक्स $= \int_0^y B_0(1+\alpha r^2)\ ldr$ $\quad \phi = B_0 l. \left(y + \frac{\alpha y^3}{3}\right)$

Induced emf प्रेरित वि० वा० बल $\varepsilon = \frac{-d\phi}{dt} = -B_0 l \left(1+\frac{3\alpha y^2}{3}\right)\frac{dy}{dt} = -B_0 l \left(1+\alpha y^2\right)\frac{dy}{dt}$

Given दिया है $v = \beta t$

$$\frac{dy}{dt} = \beta t \quad \Rightarrow \quad \int_0^y dy = \int_0^t \beta t dt \quad \Rightarrow \quad y = \frac{\beta t^2}{2}$$

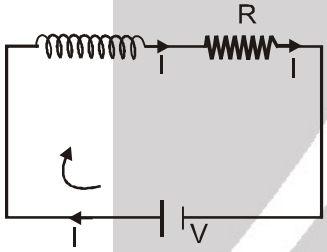
$$\therefore \quad \varepsilon = -B_0 l \left(1+\frac{\alpha \times \beta^2 t^4}{4}\right)\beta t \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = -B_0 l \beta \left(t+\frac{\alpha \times \beta^2 t^4}{4}\right)$$

13. A thin wire ring of radius a and resistance r is located inside a long solenoid so that their axes coincide. The length of the solenoid is equal to ℓ, its cross-sectional radius, to b. At a certain moment the solenoid was connected to a source of a constant voltage V. The total resistance of the circuit is equal to R. Assuming the inductance of the ring to be negligible, find the maximum value of the radial force acting per unit length of the ring.

a त्रिज्या तथा r प्रतिरोध एक पतला तार एक लम्बी परिनलिका के अंदर इस प्रकार स्थित है कि इनकी अक्ष एक दूसरे पर सम्पाती है परिनलिका की लम्बाई ℓ, इसकी अनुप्रस्थ काट त्रिज्या b है। किसी समय परिनलिका को नियत विभव V के स्त्रोत से जोड़ा जाता है सम्पूर्ण परिपथ का कुल प्रतिरोध R है। माना वलय का प्रेरकत्व नगण्य है तो वलय की इकाई लम्बाई पर आरोपित त्रिज्य बल का अधिकतम मान ज्ञात करो।

Ans. $\frac{\mu_0 a^2 V^2}{4rRlb^2}$

Sol.



$L = \pi\mu_0 Nnb^2 = \pi\mu_0 (n\ell)\ nb^2 = \mu_0 n^2 \pi b^2 \ell$

I = ...(i)

Determine the induced current in the ring

वलय में प्रेरित धारा ज्ञात करने के लिए

The flux associated with ring is वलय से सम्बधित फ्लक्स $\phi_\rho = B\pi a^2 = \mu_0 n I \pi a^2$

Here यहाँ B = Magnetic field due to solenoid परिनलिका के द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$= \mu_0 n I$

$\therefore$ Induced emf in the ring is वलय में प्रेरित विद्युत वाहक बल $\varepsilon' = \frac{d\phi_r}{dt} = \mu_0 n \pi a^2 \frac{dI}{dt}$

$\therefore$ The current inthe ring is वलय में धारा $I' = \frac{\varepsilon'}{r} = \frac{\mu_0 n \pi a^2}{r}\frac{dI}{dt}$

From equ. (i), we get समीकरण (i) से

$I = \frac{V}{R}\left(1-e^{-Rt/L}\right)$

$\frac{dI}{dt} = \frac{V}{L}e^{-Rt/L}$

$I' = \frac{\mu_0 n \pi a^2}{r}\frac{V}{L}e^{-Rt/L}$

Determine magnetic force on an element of length dL of the ring
वलय की dL लम्बाई के अल्पाश पर चुम्बकीय बल ज्ञात करने के लिए
The magnetic force on the considered element is dF = I′dLB
उपरोक्त अल्पाश पर चुम्बकीय बल dF = I′dLB

$\therefore$ Force per unit length is इकाई लम्बाई पर बल $F_0 = \frac{dF}{dL} = I'B$

$\therefore$ On putting the value we get, मान रखने पर हम प्राप्त करते है $F_0 = \frac{\mu_0 n\pi a^2 V}{Lr} e^{-Rt/L} (\mu_0 nI)$

$= \frac{\mu_0^2 n^2 \pi a^2 V}{Lr} e^{-Rt/L}(1-e^{-Rt/L})$

For maximum value of F_0 के अधिकतम मान के लिए, =0

After solving, we हल करने पर $F_{0max} = \left(\frac{dF}{dL}\right)_{max} = \frac{\mu_0^2 a^2 V^2}{4rRIb^2}$

14. A long cylinder of radius a carrying a uniform surface charge rotates about its axis with an angular velocity ω. Find the magnetic field energy per unit length of the cylinder if the linear charge density equals λ and $\mu_r = 1$.
a त्रिज्या तथा समरूप पृष्ठ आवेश का एक लम्बा बेलन अपनी अक्ष के परित ω कोणिय वेग से घूर्णन कर रहा है यदि बेलन का रेखीय आवेश घनत्व λ तथा $\mu_r = 1$ हो तो बेलन की प्रति लम्बाई चुम्बकीय क्षेत्र ऊर्जा ज्ञात करो।

Ans. $\frac{\mu_0 a^2 \omega^2 \lambda^2}{8\pi}$

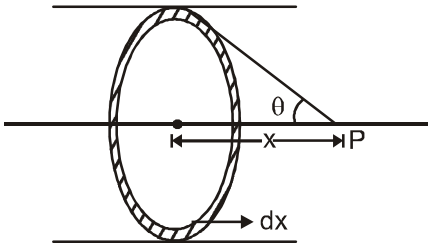
Sol. In this case, convection current due to mechanic transfer of charge is along the surface of cylinder perpendicular to the length of the cylinder.
इस स्थिती में घूर्णन विभव के कारण वलय की सतह के अनुदिश लम्बाई के लम्बवत आवेश की गति के कारण धारा उत्पन्न होती है
We consider a ring element of thickness dx of the cylinder
हम बेलन पर dx मोटाई के वलयाकार अल्पाश की कल्पना करते है
The charge on the considered element is
इस वलय पर आवेश

$dq = \lambda dx$

$\therefore$ The convection current is due to motion of considered element is
उपरोक्त गति के कारण उत्पन्न धारा

$dI = \frac{dq}{T} = \frac{dq}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega dq}{2\pi} = \frac{\omega\lambda dx}{2\pi}$

The magnetic field at point p dueto considered ring element is
वलयाकार अल्पाश के कारण बिन्दू p पर चुम्बकीय क्षेत्र



$B = \frac{\mu_0 dIa^2}{2\left(a^2+x^2\right)^{3/2}}$

or या $B = \frac{\mu_0 a^2}{2\left(a^2+x^2\right)^{3/2}} \frac{\omega\lambda}{2\pi} \quad dx = \frac{\mu_0 a^2 \omega\lambda}{4\pi\left(a^2+x^2\right)^{3/2}} dx$

$\therefore \quad d\phi = \frac{\mu_0 a^2 \omega\lambda \pi a^2}{4\pi} \cdot \frac{dx}{\left(a^2+x^2\right)^{3/2}} \qquad \therefore \quad \phi = \frac{\mu_0 a^4 \omega\lambda}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{\left(a^2+x^2\right)^{3/2}}$

Putting $x = \tan\theta$ रखने पर

$\therefore \quad \sin\theta = \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}$

$dx = a\sec^2 d\theta$

$\phi = \frac{\mu_0 a^4 \omega\lambda}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a\sec^2\theta d\nu}{\left(a^2+a^2\tan^2\theta\right)^{3/2}}$

$\phi = \frac{\mu_0 a^4 \omega\lambda}{4a^2}\left[\sin\theta\right]_{x=-\infty}^{x=+\infty} = \frac{\mu_0 a^2 \omega\lambda}{4}\left[\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}\right]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\mu_0 a^2 \omega\lambda}{4}[1+1] = \frac{\mu_0 a^2 \omega\lambda}{2}$

$\therefore \quad \phi = LI \quad \therefore LI^2 = \phi I$

$\therefore$ Magnetic energy is चुम्बकीय ऊर्जा $U = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2}(LI) I = \frac{1}{2}\phi I = \frac{\phi I}{2} = \frac{\mu_0 a^2 \omega\lambda}{4} I$

$\therefore$ Magnetic energy per unit length is प्रति लम्बाई चुम्बकीय ऊर्जा $\frac{U}{\ell} = \frac{\mu_0 a^2 \omega I}{4\ell}$

But परन्तु $\frac{I}{\ell} = \frac{dI}{dx} = \frac{\omega\lambda}{2\pi}\frac{dx}{dx} = \frac{\omega\lambda}{2\pi}$ (from eqn. (i) समीकरण (i) से)

$\frac{U}{\ell} = \frac{\mu_0 a^2 \omega\lambda}{4}\frac{\omega\lambda}{2\pi} = \frac{\mu_0 a^2 \omega^2 \lambda^2}{8\pi}$

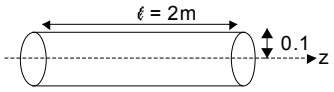
15. A long solenoid of length ℓ = 2.0m, radius r = 0.1m and total number of turns N = 1000 is carrying a current i_0 = 20.0A. The axis of the solenoid coincides with the z-axis.
(a) State the expression for the magnetic field of the solenoid and calculate its value?
Magnetic field
(b) Obtain the expression for the self-inductance (L) of the solenoid. Calculate its value.
Value of L
(c) Calculate the energy stored (E) when the solenoid carries this current?
(d) Let the resistance of the solenoid be R. It is connected to a battery of emf e. Obtain the expression for the current (i) in the solenoid.
(e) Let the solenoid with resistance R described in part (d) be stretched at a constant speed υ (ℓ is increased but N and γ are constant). State Kirchhoff's second law for this case. (Note: Do not solve for the current.)
(f) Consider a time varying current $i = i_0 \cos(\omega t)$ (where i_0 = 20.0A) flowing in the solenoid. Obtain an expression for the electric field due to the current in the solenoid. (Note: Part (e) is not operative, i.e. the solenoid is not being stretched.)
(g) Consider $t = \pi/2\omega$ and $\omega = 200/\pi$ rad–s^{-1} in the previous part. Plot the magnitude of the electric field as a function of the radial distance from the solenoid. Also, sketch the electric lines of force.
ℓ = 2.0m लम्बाई, r = 0.1m त्रिज्या तथा N = 1000 फेरों वाली लम्बी परिनलिका में i_0 = 20.0A धारा प्रवाहित है परिनालिका का अक्ष z-अक्ष के साथ सम्पाती है।
(a) परिनलिका के चुम्बकीय क्षेत्र के लिए व्यंजक ज्ञात कीजिए तथा इसका मान भी ज्ञात कीजिए।
(b) परिनलिका के स्वप्रेरण (L) के लिए व्यंजक ज्ञात कीजिए तथा इसका मान भी ज्ञात कीजिए।
(c) परिनलिका में प्रवाहित धारा के लिए इसमें संचित ऊर्जा (E) ज्ञात कीजिए।
(d) माना परिनलिका का प्रतिरोध R है। इसको e विद्युत वाहक बल की बैटरी से जोड़ते है। परिनलिका में धारा (i) के लिए व्यंजक ज्ञात कीजिए।

(e) प्रश्न (d) में प्रदर्शित परिनलिका के प्रतिरोध R को नियत चाल υ से खींचा जाता है। (ℓ बढ़ती है परन्तु N तथा γ नियत है) उपरोक्त स्थिति के लिए किरचॉफ का द्वितीय नियम लिखिए (नोट : धारा के लिए हल मत कीजिए।)

(f) $i = i_0 \cos(\omega t)$ (जहाँ i_0 = 20.0A) समय परिवर्ति धारा परिनलिका में प्रवाहित है, परिनलिका में प्रवाहित धारा के कारण विद्युत क्षेत्र के लिए व्यंजक ज्ञात कीजिए। (नोट : प्रश्न (e) को इससे सम्बन्धित नहीं माने)

(g) पूर्व प्रश्न में $t = \pi/2\omega$ तथा $\omega = 200/\pi$ rad–s^{-1} पर विचार करते है। परिनलिका से त्रिज्य दूरी के फलन के रूप में विद्युत क्षेत्र के परिमाण का आरेख बनाइये तथा विद्युत बल रेखाओं को भी प्रदर्शित कीजिए।

Sol.



N = 1000. i_0 = 20 A

(a) $\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{\ell} \; i_o \,(\pm \; \hat{k})$

$|\vec{B}| = 4\pi \times 10^{-3}$ Testa

(b) $\phi = Li_0$

BNA = Li_0

$L = \frac{BNA}{i_0} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{\ell} = 2\pi^2 \times 10^{-3}$ H.

(c) $E = \frac{1}{2} L i_0^2 = \frac{4\pi^2}{10}$ Joules = 3.95 J

(d) $i = i_0(1 - e^{-t/\tau})$ where जहाँ $\tau = \frac{L}{R}$, $i_0 = \frac{\varepsilon}{R}$

(e) $\varepsilon - iR - \frac{d}{dt}(Li) = 0$

$\varepsilon - iR - L\frac{di}{dt} - i\frac{dL}{dt}$

$\varepsilon = iR + L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt}$

After time t के बाद ;

$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{(l + vt)} \rightarrow \frac{dL}{dt} = -\frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 v}{(L + vt)^2}$

$\varepsilon = iR + \frac{Ldi}{dt} - \frac{i\mu_0 N^2 \pi r^2 v}{(L + vt)^2}$.

(f) $E_{induced} = \int \vec{E}.\vec{dl} = -\frac{d\phi}{dt}$.

$\int \vec{E}.\vec{dl} = -\frac{d\phi}{dt}$

(d $\rightarrow$ Radial distance from axis of solenoid ; r $\rightarrow$ Radius of solenoid)

(d $\rightarrow$ परिनलिका की अक्ष से त्रिज्य दूरी ; r $\rightarrow$ परिनलिका की त्रिज्या)

For (d < r) के लिए

$E.\,2\pi d = -\pi d^2 \frac{dB}{dt}$

$= -\pi d^2 \mu_0 \frac{N}{\ell} \frac{di}{dt}$

$E.\,2\pi d = \pi d^2 \mu_0 \frac{N}{\ell} i_0 \omega \sin(\omega t)$

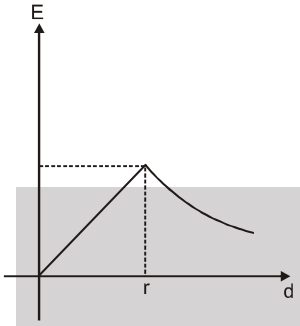
$E = \frac{\mu_0 N i_0 \omega d \; \sin(\omega t)}{2\ell}$

For $d \geq r$ के लिए

$$E.\ 2\pi d = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{\mu_0 N i_0 \omega \ r^2}{2d\ell}\sin(\omega t)$$

(g)

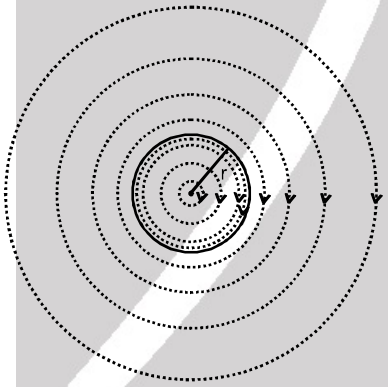


$$t = \frac{\pi}{2w}$$

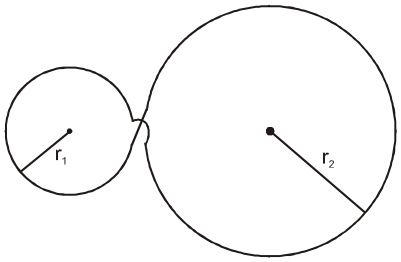
$$E = \frac{\mu_0 N i_0 \omega d}{2\ell} \quad d < r$$

$$E = \frac{\mu_0 N i_0 \omega r^2}{2d\ell} \quad d \geq r$$

Lines of force बल रेखाऐं

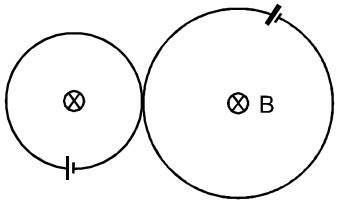


16.# The wire loop shown in the figure lies in uniform magnetic induction $B = B_0\cos \omega t$ perpendicular to its plane. (Given $r_1 = 10$ cm and $r_2 = 20$ cm, $B_0 = 20$ mT and $\omega = 100\ \pi$). Find the amplitude of the current induced in the loop if its resistance is 0.1 Ω/m.
तार का एक लूप चित्रानुसार अपने तल के लम्बवत् समरूप चुम्बकीय क्षेत्र $B = B_0\cos \omega t$ में स्थित है। (दिया है $r_1 = 10$ cm तथा $r_2 = 20$ cm, $B_0 = 20$ mT तथा $\omega = 100\ \pi$). यदि लूप का प्रतिरूप 0.1 Ω/m हो तो लूप में प्रेरित धारा का परिमाण ज्ञात करो।



Ans. π ampere.

Sol.



$B = B_0 \cos\omega t$

Net flux कुल फ्लक्स

$= BA_2 - BA_1$

So, induced emf इसलिए प्रेरित विद्युत वाहक बल

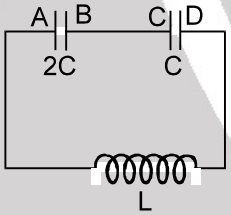
$$e = (A_2 - A_1)\frac{dB}{dt}$$

So, अतः $i = \frac{(A_2 - A_1)}{R}.\frac{dB}{dt} = \frac{\pi.(r_2^2 - r_1^2)}{R}.B_0\omega\sin\omega t$

So, अतः $i = \frac{\pi.(400-100)\times10^{-4}}{2\pi\times10^{-1}\times30\times10^{-2}}\times20\times10^{-3}\times100\pi = \pi$ ampere. **Ans.**

17.# Two capacitors of capacitances 2C and C are connected in series with an inductor of inductance L. Initially capacitors have charge such that $V_B - V_A = 4V_0$ and $V_c - V_D = V_0$. Initial current in the circuit is zero. Find:

2 C व C धारिताओं के दो संधारित्र L प्रेरकत्व की एक प्रेरक कुण्डली के साथ श्रेणी क्रम मे जुड़े है। प्रारम्भ में संधारित्रों का आवेश इस प्रकार है कि $V_B - V_A = 4V_0$ व $V_c - V_D = V_0$. । परिपथ में प्रारम्भिक धारा शून्य है। ज्ञात किजिये ।



(a) Maximum current that will flow in the circuit.
(b) Potential difference across each capacitor at that instant.
(c) equation of current flowing towards left in the inductor.
(a) परिपथ में प्रवाहित होने वाली अधिकतम धारा
(b) उस क्षण प्रत्येक संधारित्र पर विभवान्तर
(c) प्रेरक कुण्डली में बांयी ओर प्रवाहित होने वाली धारा की समीकरण

Ans: (a) $I_{max} = \left(\sqrt{\frac{6C}{L}}\right) v_0$; (b) $3v_0, 3v_0$; (c) $i = I_{max}\sin\omega t$; $\omega = \left(\sqrt{\frac{3}{2LC}}\right)$

Sol. **(a)**

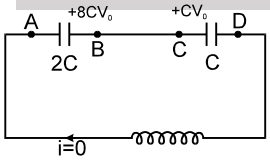


Figure a. Charges at t = 0 sec.

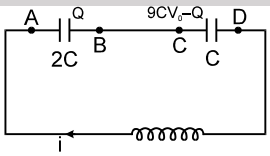


Figure b. Charges at any time t

The charges on both capacitors are shown at t = 0 sec. and any time t later in figure a and b.
Applying KVL to the loop at any time when current i flows through it.

$$L\frac{di}{dt} + \frac{9CV_0 - Q}{2C} - \frac{Q}{2C} = 0$$

for current to be maximum $\frac{di}{dt} = 0$ or $\frac{-Q}{2C} + \frac{9CV_0 - Q}{C} = 0$ or $Q = 6\,CV_0$

Total energy in the system at t = 0 is $U_i = L(0)^2 + (2C)(4V_0)^2 + CV_0^2 = CV_0^2$

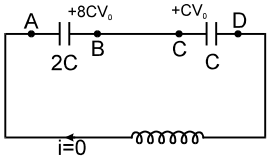
Total energy when current i is maximum

$$U_f = \frac{1}{2} L i_{max}^2 + \frac{1}{2}\frac{(6CV_0)^2}{2C} + \frac{1}{2}\frac{(3CV_0)^2}{C} = \frac{1}{2} Li_{max}^2 + \frac{27}{2} CV_0^2$$

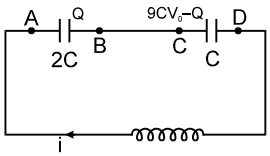
from conservation of energy $U_i = U_f$

$$\therefore \quad \frac{33}{2} CV_0^2 = \frac{1}{2} Li_{max}^2 + \frac{27}{2} CV_0^2 \; ; \qquad i_{max} = \sqrt{\frac{6CV_0^2}{L}}$$ **Ans**

Sol. (a)



चित्र a. t = 0 sec. पर आवेश



चित्र b. किसी समय t पर आवेश

t = 0 sec. पर दोनों संधारित्र पर आवेश और t समय बाद संधारित्र पर आवेश चित्र a व b में प्रदर्शित है।

लूप में किसी समय t पर जब i धारा प्रवाहित हो रही है तो KVL लगाने पर

$$L\frac{di}{dt} + \frac{9CV_0 - Q}{2C} - \frac{Q}{2C} = 0$$

अधिकतम धारा के लिए $\frac{di}{dt} = 0$ या $\frac{-Q}{2C} + \frac{9CV_0 - Q}{C} = 0$ or या $Q = 6\,CV_0$

t = 0 पर निकाय की कुल ऊर्जा है $U_i = \frac{1}{2} L(0)^2 + \frac{1}{2}(2C)(4V_0)^2 + \frac{1}{2} CV_0^2 = \frac{33}{2} CV_0^2$

कुल ऊर्जा जब धारा i अधिकतम है

$$U_f = \frac{1}{2} L i_{max}^2 + \frac{1}{2}\frac{(6CV_0)^2}{2C} + \frac{1}{2}\frac{(3CV_0)^2}{C} = \frac{1}{2} Li_{max}^2 + \frac{27}{2} CV_0^2$$

ऊर्जा संरक्षण से $U_i = U_f$

$$\therefore \quad \frac{33}{2} CV_0^2 = \frac{1}{2} Li_{max}^2 + \frac{27}{2} CV_0^2 \; ; \qquad i_{max} = \sqrt{\frac{6CV_0^2}{L}}$$ **Ans**